

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ
ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Επίλυση του προβλήματος του
Πλανόδιου Πωλητή με πολλαπλές
αντικειμενικές συναρτήσεις με
χρήση του αλγορίθμου
Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος
Μελισσών



Ψύχας Ηρακλής-Δημήτριος

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: Μαρινάκης Ιωάννης

Χανιά 2012

Ευχαριστίες

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κύριο Μαρινάκη Ιωάννη, Λέκτορα καθηγητή στο Πολυτεχνείο Κρήτης, του οποίου η διδασκαλία κατά την διάρκεια της φοίτησης μου αλλά και η πολύτιμη βοήθειά του στην διαδικασία της εκπόνησης της μεταπτυχιακής μου διατριβής αποτέλεσαν πολύ σημαντικούς παράγοντες για την ολοκλήρωσή της.

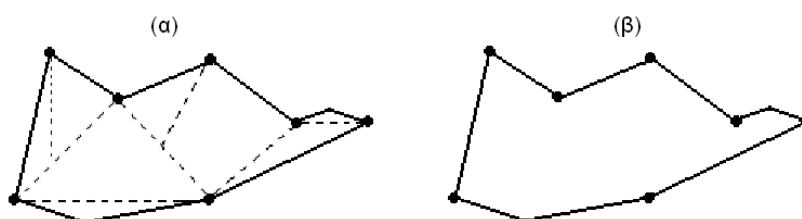
ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σκοπός αυτής της διατριβής είναι να επιλύσει το πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή (Traveling Salesman Problem(TSP)) με πολλαπλές αντικειμενικές συναρτήσεις με την χρήση του αλγορίθμου Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μελισσών (Honey Bees Mating Optimization (HBMO)). Το πρόβλημά μας είναι πολυκριτήριο που σημαίνει ότι θα πρέπει ταυτόχρονα να βελτιστοποιούνται, όσο αυτό είναι εφικτό, δύο, τρεις, τέσσερις ή πέντε αντικειμενικές συναρτήσεις (ή κριτήρια). Τα δεδομένα μας αποτελούνται από πέντε πίνακες που περιέχουν συντεταγμένες «πόλεων» σημείων. Οι πίνακες αυτοί στη συνέχεια συνδυάζονται ανά δύο, ανά τρεις, ανά τέσσερις και ανά πέντε, υπολογίζονται οι πίνακες με τα αντίστοιχα κόστη μετάβασης και το πρόβλημα ελαχιστοποίησης του συνολικού κόστους επιλύεται με τον αλγόριθμο Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μελισσών. Στο κύριο μέρος της εργασίας θα αναφερθούμε στο θεωρητικό υπόβαθρο στο οποίο βασιστήκαμε, θα αναλύσουμε την μεθοδολογία στην οποία βασίζεται ο αλγόριθμος μας και θα παραθέσουμε τα καλύτερα αποτελέσματα όλων των συνδυασμών. Στη συνέχεια θα συγκριθούν τα αριθμητικά και διαγραμματικά αποτελέσματα του αλγορίθμου με τα αποτελέσματα που έδωσε η εφαρμογή του Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης Γενετικού Αλγορίθμου II (NSGA-II) και του αλγορίθμου της Διαφορικής Εξέλιξης (Differential Evolution Algorithm (DE)). Τέλος θα γίνει η παρουσίαση ενός νέου αλγόριθμου ο οποίος θα χρησιμοποιηθεί για την επίλυση του προβλήματος του Πλανόδιου Πωλητή για μία αλλά και για συνδυασμό πολλών αντικειμενικών συναρτήσεων. Ο αλγόριθμος αυτός ονομάζεται αλγόριθμος της Εξέλιξης του Ιού της Γρίπης και προσομοιώνει την διαδικασία της ετήσιας εξέλιξης της Γρίπης σε ένα μονωμένο, σταθερού αριθμού ατόμων, πληθυσμό (αν πρόκειται για αλγόριθμο που εξάγει μία λύση) ή πληθυσμούς (αν πρόκειται για αλγόριθμο που εξάγει πληθυσμό λύσεων).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο Εισαγωγικά στοιχεία

1.1 Πρόβλημα Πλανόδιου Πωλητή (TSP)

Το πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή (travelling salesman problem-TSP) έχει σαν στόχο την εύρεση της συντομότερης διαδρομής (σε χρόνο, απόσταση ή άλλο κόστος) για ένα πωλητή με αφετηρία κάποιο σημείο, π.χ. ένα κέντρο διανομής και επιστροφή στο ίδιο σημείο αφού επισκεφθεί έναν σταθερό αριθμό κόμβων (π.χ. πελατών) ακριβώς μία φορά τον καθένα. Μια σχηματική απεικόνιση του προβλήματος είναι αυτή του σχήματος 1. Ένας κύκλος δηλαδή που διέρχεται από τους κόμβους που αντιστοιχούν στο σημείο αφετηρίας και τους πελάτες ακριβώς μία φορά.



Σχήμα 1. Η πραγματική εικόνα μπορεί να διαφέρει από την αφαιρετική εικόνα ενός γραφήματος: οι διακεκομμένες γραμμές στο (α) αντιστοιχούν στο πραγματικό οδικό δίκτυο. Η κυκλική διαδρομή (β) θα πρέπει να ερμηνευθεί σωστά στο πραγματικό οδικό δίκτυο (α).

Για την διαμόρφωση ενός μαθηματικού προτύπου υποθέτουμε συνήθως ότι οι κόμβοι ανήκουν σε ένα μη διατεταγμένο γράφημα που είναι πλήρες. Υποθέτουμε $i=2, \dots, n$ οι κόμβοι των πελατών και $i=1$ ο κόμβος αφετηρίας. Από την υπόθεση, κάθε μη διατεταγμένο ζεύγος $\{i, j\}$ με $i \neq j$, $i=1, \dots, n$, $j=1, \dots, n$, αντιστοιχεί σε ένα σύνδεσμο ή ακμή του γραφήματος. Σε κάθε τέτοιο σύνδεσμο αντιστοιχίζουμε ένα σταθμό c_{ij} που είναι ίσος με το κόστος (όπως και αν νοείται αυτό) της διαδρομής του οχήματος από το i στο j ή αντίστροφα. Επειδή ένας τέτοιος σύνδεσμος δεν αντιστοιχεί πάντοτε σε κάποιο φυσικό τμήμα δρόμου θα υποθέσουμε ότι τα σταθμά έχουν υπολογιστεί έτσι ώστε να αντιστοιχούν στη διαδρομή ελάχιστου κόστους μεταξύ των δύο κόμβων, οπότε ικανοποιούν τις δύο συνθήκες.

Συμμετρία: $c_{ij} = c_{ji}$, $i \neq j$, $i=1, \dots, n$, $j=1, \dots, n$

Τριγωνική ανισότητα: $c_{ij} \leq c_{ik} + c_{kj}$, $i \neq j \neq k$, $i=1, \dots, n$, $j=1, \dots, n$, $k=1, \dots, n$,

οι οποίες υπό αυτές τις συνθήκες είναι φυσιολογικές, καθώς και η μεν πρώτη ανεξαρτεί το κόστος του απευθείας ταξιδιού μεταξύ i και j από την κατεύθυνση, ενώ η δεύτερη διατυπώνει ότι ο συντομότερος δρόμος μεταξύ δύο σημείων είναι ο απευθείας.

Αν ορίσουμε τις δυαδικές μεταβλητές

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{εάν το όχημα κάνει χρήση του συνδέσμου } \{i, j\}, \\ 0, & \text{αλλιώς, } \forall i, \forall j \text{ με } i \neq j \end{cases}$$

τότε το πρότυπο διαμορφώνεται ως εξής:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n c_{ij} x_{ij} \quad (1.1)$$

$$\text{υπό } \sum_{j=1}^n x_{ij} = 2, \quad i = 1, \dots, n \quad (1.2)$$

$$\sum_{i \in C} \sum_{i \in \hat{C}} x_{ij} \geq 1, \quad \forall C \subset \{1, \dots, n\}, C \neq \emptyset \quad (1.3)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall i, \forall j, i \neq j \quad (1.4)$$

Οι περιορισμοί (1.2) επιβάλλουν στην λύση να έχει δύο συνδέσμους σε κάθε κόμβο, έτσι ώστε ο πωλητής να εισέλθει κατά μήκος του ενός και να εξέλθει κατά μήκος του άλλου, ενώ οι περιορισμοί (1.3) αποβλέπουν στην εξάλειψη κυκλικών διαδρομών που δεν διέρχονται από όλους τους κόμβους απαιτώντας από κάθε εν δυνάμει υπόκυκλο, που αντιπροσωπεύεται από ένα κατάλληλο μη-κενό υποσύνολο C των κόμβων, να διαθέτει στην λύση τουλάχιστον ένα σύνδεσμο που οδηγεί στο συμπληρωματικό του υποσύνολο $\hat{C} = \{1, \dots, n\} \setminus C$ [4].

1.2 Νοημοσύνη Σμήνους

Με τον όρο Νοημοσύνη Σμηνών στην Επιστήμη των Υπολογιστών χαρακτηρίζουμε όλους εκείνους τους αλγόριθμους και τις κατανεμημένες μεθόδους επίλυσης προβλημάτων που έχουν σαν πηγή έμπνευσης την συλλογική συμπεριφορά και την εκδηλωμένη νοημοσύνη που εμφανίζεται σε πληθυσμούς. Κοινωνιολογικά ο όρος χρησιμοποιούνταν για να δείξει το αποτέλεσμα των αλληλεπιδράσεων μεταξύ οντοτήτων από την πλευρά της ομάδας ή του σμήνους. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελούν τα σμήνη των μυρμηγκιών όπου ενώ κάθε μυρμήγκι σαν μονάδα έχει περιορισμένες δυνατότητες, σαν ομάδα παρουσιάζουν μια αξιοθαύμαστη οργάνωση και δομή. Ο πρώτος αλγόριθμος που δημιουργήθηκε ήταν η Βελτιστοποίηση με Αποικία Μυρμηγκιών (BAM). Όμως οι εφαρμογές της BAM δεν επεκτείνονται ιδιαίτερα σε προβλήματα αριθμητικής βελτιστοποίησης.

Τα τελευταία χρόνια ένας ακόμα αλγόριθμος που στηρίζεται στην ευφυΐα κάποιου σμήνους έχει παρουσιαστεί. Ο αλγόριθμος ονομάζεται **Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μελισσών** (Honey Bees Mating Optimization) και προσομοιώνει τη διαδικασία ζευγαρώματος της βασίλισσας των μελισσών στην κυψέλη [4].

1.3 Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μελισσών (Honey Bees Mating Optimization (HBMO))

Ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μελισσών (Honey Bees Mating Optimization (HBMO)) προσομοιώνει τη διαδικασία ζευγαρώματος της βασίλισσας των μελισσών στην κυψέλη. Η διαδικασία ζευγαρώματος της βασίλισσας αρχίζει όταν η βασίλισσα αποφασίζει να πετάξει μακριά από τη φωλιά κάνοντας την πτήση ζευγαρώματος κατά την οποία οι κηφήνες την ακολουθούν και ζευγαρώνουν με αυτή στον αέρα.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται μερικά χαρακτηριστικά των μελισσών. Οι μέλισσες είναι κοινωνικά έντομα. Δουλεύουν μαζί και κατασκευάζουν φωλιές οι οποίες ονομάζονται κυψέλες που μπορούν να περιλάβουν μέχρι και 20.000 άτομα κατά τη διάρκεια των καλοκαιρινών μηνών. Μια αποικία από μέλισσες συνήθως αποτελείται από 1 βασίλισσα (queen), από 0 έως μερικές χιλιάδες κηφήνες (drones) (εξαρτάται από τη χρονική στιγμή κατά τη διάρκεια της σεζόν) και συνήθως από 10.000 – 60.000 εργάτριες (workers). Υπάρχει μόνο μία βασίλισσα στην κυψέλη (hive) που ο κύριος σκοπός της είναι να γεννά αυγά. Μπορεί να γεννήσει μέχρι 1.500 αυγά την ημέρα και μπορεί να ζήσει από 5 μέχρι 6 χρόνια. Μόνο η βασίλισσα μπορεί να φάει βασιλικό πολτό (royal jelly) που την κάνει μεγαλύτερη από όλες τις άλλες μέλισσες στην κυψέλη. Οι κηφήνες παίζουν το ρόλο του πατέρα (males) στις κυψέλες αφού ο κύριος ρόλος τους είναι να γονιμοποιούν τη βασίλισσα. Στο τέλος της σεζόν οι κηφήνες φεύγουν από την κυψέλη για να πεθάνουν. Οι κηφήνες ποτέ δεν ζουν πάνω από 6 μήνες. Οι εργάτριες κάνουν όλες τις δουλειές που χρειάζεται για να λειτουργήσει η κυψέλη. Στην ουσία φυλούν την κυψέλη και είναι στείρα θηλυκά. Όταν είναι νέες μένουν στην κυψέλη και κάνουν όλες τις κατασκευαστικές δουλειές όπως και τη φροντίδα των νεογνών. Οι μεγαλύτερες εργάτριες βγαίνουν έξω από την κυψέλη και ψάχνουν να βρουν νέκταρ, νερό, γύρη και γενικά οτιδήποτε χρειάζεται η κυψέλη. Οι εργάτριες που θα γεννηθούν στην αρχή της σεζόν θα ζήσουν περίπου 6 βδομάδες ενώ αυτές που θα γεννηθούν το φθινόπωρο θα ζήσουν μέχρι την επόμενη άνοιξη.

Στη διαδικασία ζευγαρώματος των μελισσών, η βασίλισσα ζευγαρώνει κατά τη διάρκεια των πτήσεων ζευγαρώματος αρκετά μακριά από την κυψέλη. Μια πτήση ζευγαρώματος ξεκινάει με ένα χορό που πραγματοποιείται από τη βασίλισσα, που στη συνέχεια ξεκινάει μια πτήση ζευγαρώματος κατά την οποία οι κηφήνες την ακολουθούν και ζευγαρώνουν μαζί της στον αέρα. Η βασίλισσα καταδιώκεται από ένα μεγάλο σμήνος από κηφήνες. Η γονιμοποίηση τελειώνει με το θάνατο του κηφήνα και με τη βασίλισσα να έχει πάρει το σημάδι ότι ζευγάρωσε με τον κηφήνα. Η βασίλισσα μπορεί να ζευγαρώσει πολλές φορές κατά τη διάρκεια μιας πτήσης αλλά ο κηφήνας μονάχα μία φορά. Σε κάθε ζευγάρι με διαφορετικό κηφήνα, το σπέρμα του κηφήνα αποθηκεύεται στην σπερματοθήκη της βασίλισσας για να δημιουργήσει το γενετικό υλικό της αποικίας. Κάθε φορά που η βασίλισσα γεννάει γονιμοποιημένα αυγά χρησιμοποιεί μια μείξη από το σπέρμα που έχει αποθηκεύσει από όλους τους κηφήνες στη σπερματοθήκη της.

Μπορεί να θεωρηθεί ότι πρόκειται απλά για ένα γενετικό αλγόριθμο με τη χρήση ενός πολύ ισχυρού υπερ-γονέα (τη βασίλισσα). Αλλά φυσικά αυτή η μέθοδος δεν είναι απλά ένας γενετικός αλγόριθμος. Οι δύο βασικές διαφορές είναι ότι η

βασίλισσα κινείται τυχαία στο χώρο και επιλέγει, όπως θα δούμε και παρακάτω, βάσει της ταχύτητάς της και της ενέργειάς της με ποιο κηφήνα θα ζευγαρώσει. Ακόμα και αν η βασίλισσα ζευγαρώσει με ένα κηφήνα, δεν δημιουργεί κατευθείαν ένα νεογνό (broods) αλλά αποθηκεύει το γονότυπό του (μέρος της λύσης του) στη σπερματοθήκη της και το κάθε νεογνό (απόγονος) δημιουργείται μόνο όταν η πτήση ζευγαρώματος έχει ολοκληρωθεί. Άλλη μία διαφορά από τους γενετικούς αλγόριθμους είναι ότι οι απόγονοι δεν δημιουργούνται από μία λύση (ένα κηφήνα) αλλά παίρνουν χαρακτηριστικά από πολλούς κηφήνες και από τη βασίλισσα.

Αναλυτική περιγραφή του αλγορίθμου

Το πρώτο πράγμα που πρέπει να επιλεγεί στο συγκεκριμένο αλγόριθμο είναι ο πληθυσμός των μελισσών που θα αποτελέσουν την αρχική κυψέλη. Συνήθως, αν και αυτό δεν είναι απαραίτητο, οι αρχικές λύσεις επιλέγονται όπως σε κάθε γενετικό αλγόριθμο δηλαδή τυχαία. Το καλύτερο μέλος του αρχικού πληθυσμού είναι η βασίλισσα και όλα τα υπόλοιπα μέλη είναι οι κηφήνες. Από τη στιγμή που οι εργάτριες δεν συμμετέχουν στις πτήσεις ζευγαρώματος έχουν ρόλο μόνο ως μέθοδοι τοπικής αναζήτησης όπως θα εξηγήσουμε και στη συνέχεια. Ο γονότυπος της κάθε μέλισσας αντιπροσωπεύει μια συγκεκριμένη λύση στο πρόβλημα και αναπαριστάται με ένα n -διαστάσεων διάνυσμα χ_{ij} στο χώρο λύσεων όπου $i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, n$ (N είναι το μέγεθος του πληθυσμού, n είναι ο αριθμός των διαστάσεων), και η απόδοσή της εκτιμάται από μια προκαθορισμένη συνάρτηση ποιότητας (fitness function $-f(\chi_{ij})$).

Πριν ξεκινήσουν οι πτήσεις ζευγαρώματος, ο χρήστης πρέπει να καθορίσει έναν αριθμό που θα προσδιορίζει το μέγεθος της σπερματοθήκης της βασίλισσας. Αυτός ο αριθμός αντιστοιχεί στο μέγιστο αριθμό από ζευγαρώματα που μπορεί να κάνει η βασίλισσα σε μία μόνο πτήση ζευγαρώματος. Κάθε φορά που η βασίλισσα κάνει ένα ζευγάρωμα με κάποιο κηφήνα ο γονότυπος του κηφήνα αποθηκεύεται στη σπερματοθήκη μέχρι να γεμίσει, οπότε τελειώνει η πτήση ζευγαρώματος της βασίλισσας. Δύο ακόμη παράμετροι που πρέπει να καθορισθούν είναι ο αριθμός των βασιλισσών και ο αριθμός των νεογνών (απογόνων) που θα γεννήσουν όλες οι βασίλισσες. Πολλές εφαρμογές έχουν χρησιμοποιήσει παραπάνω από μία βασίλισσες που όμως δεν αντιστοιχεί στην πραγματικότητα αφού κάθε κυψέλη έχει μονάχα μία βασίλισσα. Έτσι, για αλγοριθμικούς λόγους μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε παραπάνω από μία βασίλισσες όμως η πιο σωστή επιλογή είναι αυτή που αντιστοιχεί στην πραγματική ζωή, δηλαδή μία βασίλισσα. Ο αριθμός των νεογνών μπορεί να είναι είτε ίσος με το μέγεθος της σπερματοθήκης είτε μικρότερος είτε ακόμα και μεγαλύτερος γιατί όπως αναφέρθηκε και προηγούμενα το κάθε νεογνό δεν παίρνει γονίδια μόνο από τη βασίλισσα και από ένα κηφήνα αλλά επιλέγει από το γενετικό υλικό όλων των κηφήνων που έχει αποθηκευτεί μέσα στη σπερματοθήκη. Στη συνέχεια ξεκινάει η πτήση ζευγαρώματος της βασίλισσας. Η πτήση μπορεί να θεωρηθεί ως ένα σύνολο από μεταβάσεις στο χώρο λύσεων όπου η βασίλισσα κινείται από τη μία κατάσταση στην άλλη με κάποια ταχύτητα και ζευγαρώνει με κάποια πιθανότητα με τον κηφήνα που βρίσκεται στη συγκεκριμένη κατάσταση. Στο ξεκίνημα της πτήσης, η βασίλισσα ξεκινάει με κάποια ενέργεια και επιστρέφει στην κυψέλη όταν αυτή η ενέργεια είναι στο διάστημα από μηδέν έως

το μέγεθος της σπερματοθήκης. Η πιθανότητα να ζευγαρώσει ένας κηφήνας με τη βασίλισσα δίνεται από τον ακόλουθο τύπο :

$$Prob(D) = e^{\frac{-\Delta(f)}{Speed(t)}} \quad (1.5)$$

όπου το $Prob(D)$ είναι η πιθανότητα να προστεθεί το σπέρμα του κηφήνα D στη σπερματοθήκη της βασίλισσας (δηλαδή είναι η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί το ζευγάρωμα της βασίλισσας και του κηφήνα που συνάντησε κατά τη διαδικασία της πτήσης ζευγαρώματος), $\Delta(f)$ είναι η διαφορά στην τιμή της συνάρτησης ποιότητας της βασίλισσας και του κηφήνα D και $Speed(t)$ είναι η ταχύτητα της βασίλισσας τη χρονική στιγμή t . Η πιθανότητα του ζευγαρώματος είναι υψηλή όταν η βασίλισσα βρίσκεται στο ξεκίνημα της πτήσης ζευγαρώματος ή όταν η συνάρτηση ποιότητας του κηφήνα είναι περίπου τόσο καλή όσο της βασίλισσας. Μετά από κάθε μετάβαση της βασίλισσας στο χώρο, η ταχύτητά της και η ενέργειά της μειώνονται βάσει των τύπων :

$$Speed(t + 1) = a \times Speed(t) \quad (1.6)$$

$$energy(t + 1) = energy(t) - step \quad (1.7)$$

όπου a είναι ένας παράγοντας στο διάστημα $(0, 1)$ και μας δείχνει το ποσό που μειώνεται η ταχύτητα σε κάθε μετάβαση. Αν το a πάρει πολύ μεγάλη τιμή η ταχύτητα μειώνεται αργά, αντίθετα, αν το a πάρει μικρή τιμή η ταχύτητα μειώνεται πολύ γρήγορα. Το $step$ μας δείχνει το ποσό που μειώνεται σε κάθε μετάβαση η ενέργεια. Υπάρχουν υλοποιήσεις του αλγορίθμου που αντί για την Εξίσωση (1.7) χρησιμοποιούν ένα τύπο της μορφής:

$$energy(t + 1) = a \times energy(t) \quad (1.8)$$

ώστε η μείωση στην ταχύτητα και στην ενέργεια να είναι ανάλογες. Αρχικά, η ταχύτητα και η ενέργεια της βασίλισσας αρχικοποιούνται τυχαία. Ένας αριθμός από πτήσεις ζευγαρώματος πραγματοποιούνται. Στο ξεκίνημα της πτήσης η ταχύτητα είναι συνήθως μεγάλη και έτσι η βασίλισσα κάνει πολύ μεγάλα βήματα στο χώρο. Καθώς η ενέργεια της βασίλισσας μειώνεται, η ταχύτητά της μειώνεται, πράγμα που έχει ως αποτέλεσμα οι δυνατότητες αναζήτησης που έχει η βασίλισσα να μειώνονται. Ο γονότυπος των κηφήνων που έχει αποθηκευτεί στη σπερματοθήκη της βασίλισσας διασταυρώνεται με της βασίλισσας με τη χρήση οποιουδήποτε τελεστή διασταύρωσης που έχει την ικανότητα να μπορεί να χρησιμοποιήσει παραπάνω από δύο γονείς.

Ο ρόλος των εργατριών περιορίζεται σε μια απλή διαδικασία τοπικής αναζήτησης, που στην ουσία παίζει το ρόλο του ταΐσματος των νεογνών με βασιλικό πολτό με στόχο να βρεθεί μια καλύτερη βασίλισσα. Για αυτό το λόγο οι εργάτριες δεν είναι ξεχωριστά μέλη του πληθυσμού αλλά χρησιμοποιούνται ως διαδικασίες τοπικής αναζήτησης με στόχο να βελτιωθούν οι λύσεις που βρέθηκαν από τη διαδικασία ζευγαρώματος της βασίλισσας. Κάθε μια από τις εργάτριες έχει διαφορετικές ικανότητες και η επιλογή μιας εργάτριας είναι πολύ σημαντική για τη βελτίωση της λύσης του νεογνού. Οι διαφορετικές ικανότητες των εργατριών

αντιστοιχούν σε διαφορετικές διαδικασίες τοπικής αναζήτησης, ανάλογα με το πρόβλημα που επιλύουμε. Το πιθανό αποτέλεσμα από αυτή τη διαδικασία είναι αν βρεθεί ένα νεογνό που έχει καλύτερη λύση από τη βασίλισσα τότε την αντικαθιστά και η τρέχουσα βασίλισσα φεύγει από την κυψέλη. Όλα τα υπόλοιπα νεογνά θα είναι οι κηφήνες στην επόμενη πτήση ζευγαρώματος της νέας βασίλισσας. Ο πληθυσμός των κηφήνων δεν μεταβάλλεται αφού όπως αναφέραμε και παραπάνω αν ένας κηφήνας επιλεγεί για ζευγάρωμα με τη βασίλισσα σε μία πτήση ζευγαρώματος, αμέσως μετά πεθαίνει άρα διαγράφεται από το συνολικό πληθυσμό. Αν τώρα ο αριθμός των απογόνων είναι μεγαλύτερος από τον αριθμό των κηφήνων που διαγράφηκαν σε μια πτήση ζευγαρώματος τότε επιλέγεται ίσος αριθμός κηφήνων για την επόμενη πτήση όσο ήταν ο αρχικός πληθυσμός [4].

Στη συνέχεια παρουσιάζεται ένας αλγόριθμος υπό μορφή ψευδοκώδικα της μεθόδου.

Αλγόριθμος Βελτιστοποίηση Ζευγαρώματος Μελισσών

Αρχικοποίηση

Δημιουργία αρχικού πληθυσμού

Επιλογή βέλτιστου μέλους του πληθυσμού για βασίλισσα

Επιλογή μέγιστου αριθμού από πτήσεις ζευγαρώματος (M)

do while $i \leq M$

 Αρχικοποίηση της σπερματοθήκης, της ενέργειας και της ταχύτητας της βασίλισσας

 Επιλογή α και $step$

do while $energy > 0$ και $spermatheca$ δεν είναι γεμάτη

 Επιλογή ενός κηφήνα

if γίνει το ζευγάρωμα με τον κηφήνα **then**

Πρόσθεσε το σπέρμα του κηφήνα στη σπερματοθήκη

Διαγραφή του κηφήνα από τον πληθυσμό

endif

$Speed(t + 1) = \alpha \times Speed(t)$

$energy(t + 1) = energy(t) - step$

enddo

do $j = 1, Size\ of\ spermatheca$

 Επιλογή μιας ποσότητας σπέρματος από τη σπερματοθήκη

 Δημιουργία ενός νεογνού με τη χρήση τελεστή διασταύρωσης

 Επιλογή μιας εργάτριας

 Βελτίωση της λύσης του νεογνού με τη χρήση της εργάτριας

if η λύση του νεογνού είναι καλύτερη από τη βασίλισσα **then**

Αντικατέστησε τη βασίλισσα με το νεογνό

Διαγραφή της παλιάς βασίλισσας από τον πληθυσμό

else

Πρόσθεσε το νεογνό στον πληθυσμό με τους κηφήνες

endif

enddo

enddo

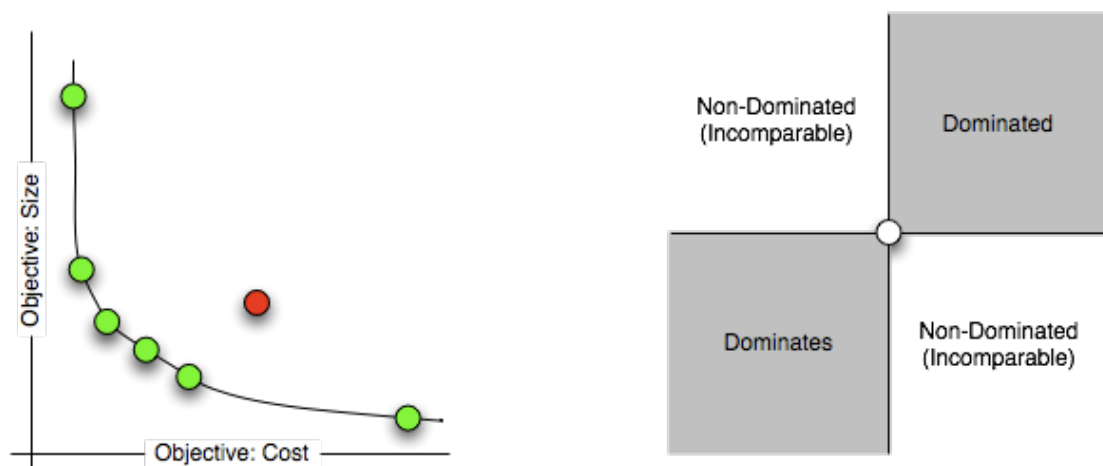
Επιστροφή Βασίλισσας (Εύρεση Βέλτιστης Λύσης).

1.4 Κυριαρχία Pareto

Ο όρος Pareto δημιουργήθηκε από τον ιταλό οικονομολόγο Vilfredo Pareto. Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται συχνά για την εύρεση των βέλτιστων λύσεων στα προβλήματα πολλαπλών αντικειμενικών συναρτήσεων (ή κριτηρίων).

Έστω δυο διανύσματα X_1 και X_2 για τα οποία ισχύει $X_1 = \{x_{1,1}, x_{1,2}, \dots, x_{1,k}\}$, $X_2 = \{x_{2,1}, x_{2,2}, \dots, x_{2,k}\}$. Αν το k υποδηλώνει τον αριθμό των κριτηρίων ενός προβλήματος πολλαπλών συναρτήσεων-κριτηρίων τότε τα $x_{1,i}$ και $x_{2,i}$ υποδηλώνουν τις τιμές των X_1 και X_2 για το κριτήριο i . Έστω ότι οι αντικειμενικές είναι προς ελαχιστοποίηση με $x_{1,i} \leq x_{2,i}$ για κάθε $i \in [1, k]$. Στη περίπτωση αυτή λέμε ότι το X_1 κυριαρχεί επί του X_2 . Ένα διάνυσμα X_1 λέγεται μη κυριαρχούμενη λύση όταν δεν υπάρχει κανένα άλλο X_2 το οποίο να κυριαρχεί επί του X_1 . Ένα διάνυσμα X_1 λέγεται **βέλτιστο κατά Pareto** αν δεν κυριαρχείται. Το σύνολο βέλτιστων κατά Pareto σημείων λέγεται **βέλτιστο μέτωπο Pareto** (Pareto front).

Στο παρακάτω σχήμα (σχήμα 2) απεικονίζεται ένα μέτωπο Pareto των λύσεων ενός προβλήματος δύο κριτηρίων ("Size" και "cost") καθώς και ένα σχήμα που επεξηγεί πότε ένα σημείο στο χώρο κυριαρχεί και πότε κυριαρχείται [6].



Σχήμα 2. Σχεδίαση Pareto front και επεξήγηση κυριαρχούμενου ή μη σημείου

1.5 Πρόβλημα Βελτιστοποίησης Πολλαπλών Αντικειμενικών Συναρτήσεων (Multiobjective Optimization Problems)

Η βελτιστοποίηση πολλαπλών αντικειμενικών συναρτήσεων (multiobjective optimization) είναι ένα πρόβλημα σχεδιασμού ενός μοντέλου το οποίο έχει περισσότερες από μία αντικειμενικές συναρτήσεις ή κριτήρια. Αν οι συναρτήσεις δεν έχουν κάποιο κοινό χαρακτηριστικό τότε το πρόβλημα που προκύπτει είναι η εύρεση εκείνου του μοντέλου που ικανοποιεί όλες τις αντικρουόμενες συναρτήσεις. Στόχος είναι η επίλυση του προβλήματος αυτού. Ένα τέτοιου είδους πρόβλημα ονομάζεται **πρόβλημα βελτιστοποίησης πολλαπλών κριτηρίων**. Η μοντελοποίηση του προβλήματος θα μπορούσε να είναι η παρακάτω:

$$\min f(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)] \quad (1.9)$$

υπό

$$g_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m \quad (1.10)$$

$$h_j(x) = 0, j = 1, \dots, p \quad (1.11)$$

όπου $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ το διάνυσμα των μεταβλητών απόφασης, f_i όπου $i = 1, \dots, k$ οι αντικειμενικές συναρτήσεις, και g_i όπου $i = 1, \dots, m$ και h_j όπου $j = 1, \dots, p$ οι περιορισμοί του προβλήματος.

Η ιδανική λύση στο πρόβλημα βελτιστοποίησης πολλαπλών κριτηρίων είναι η εύρεση των κατάλληλων παραμέτρων σχεδίασης οι οποίες βελτιστοποιούν τις συναρτήσεις ταυτόχρονα. Η λύση είναι ένα σύνολο τιμών το οποίο αποτελεί το βέλτιστο σύνολο κατά Pareto [1].

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο Αλγόριθμος επίλυσης

2.1 Στόχος και δεδομένα

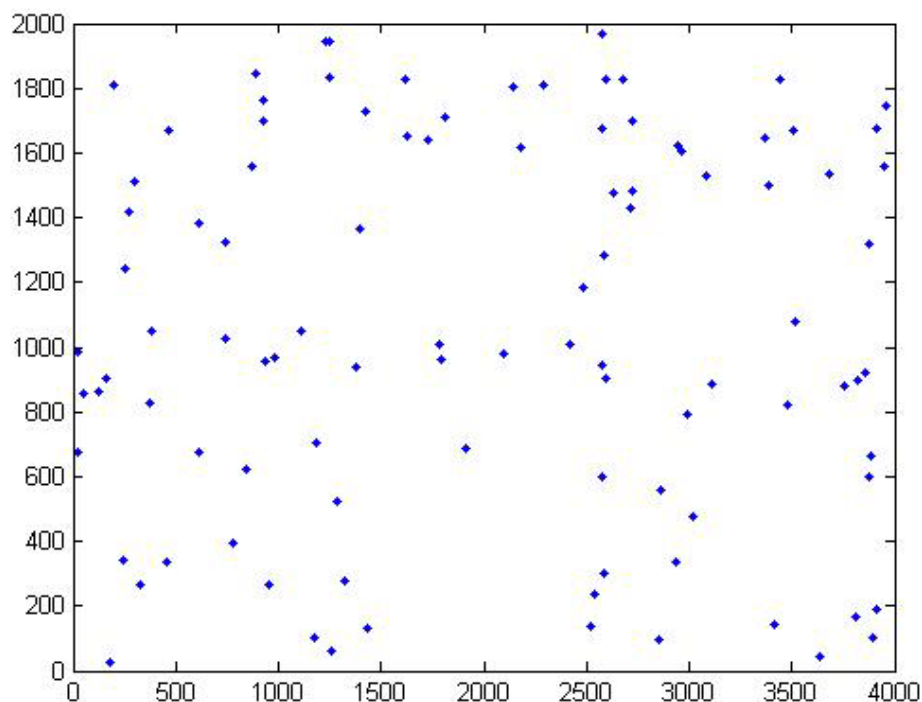
Στόχος αυτής της εργασίας είναι η εύρεση της συντομότερης διαδρομής (αλληλουχία κόμβων) την οποία πρέπει να ακολουθήσει ένας «πωλητής» διασχίζοντας 100 κόμβους και περνώντας από όλους μόνο μία φορά. Λέγοντας «συντομότερη διαδρομή» εννοούμε την διαδρομή με το λιγότερο κόστος. Το προς επίλυση πρόβλημα είναι πολυκριτήριο (multiobjective), δηλαδή αντί να υπολογιστεί ένας πληθυσμός συντομότερων διαδρομών με κριτήριο ένα πίνακα κόστους υπολογίζεται με βάση δύο, τρεις, τέσσερις και πέντε πίνακες.

Οι πίνακες κόστους που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό του κόστους κάθε διαδρομής υπολογίζονται με βάση τον τύπο της απόστασης δύο σημείων στο χώρο :

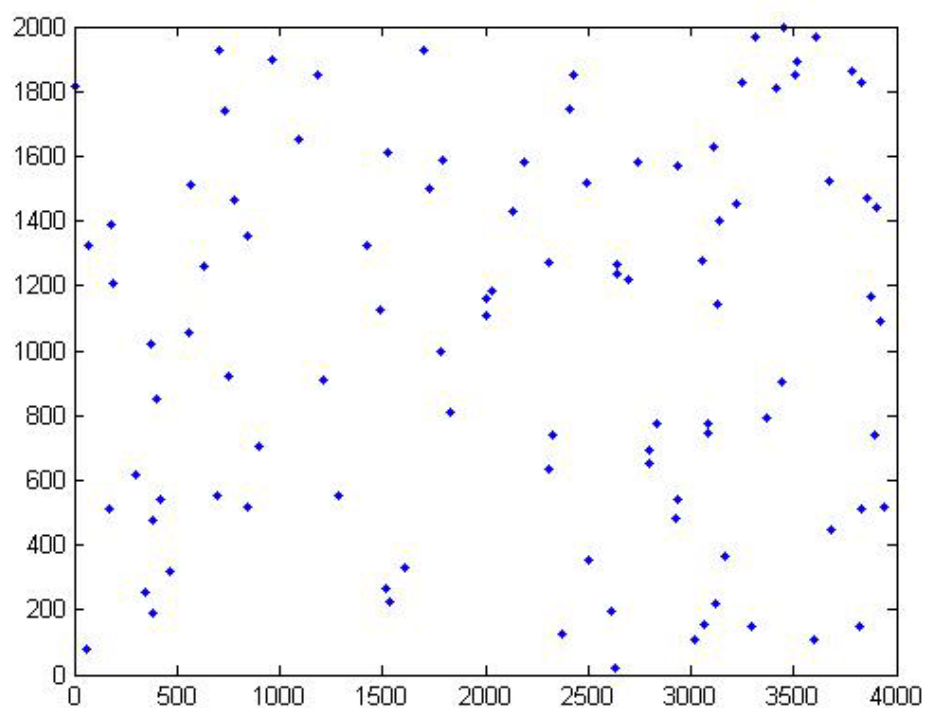
$$C_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}, \text{ με } x, y \text{ συντεταγμένες σημείων } i \text{ και } j \quad (2.1)$$

Στη παρούσα εργασία χρησιμοποιούνται πέντε διαφορετικοί πίνακες κόστους που έχουν υπολογιστεί με βάση τις τιμές πέντε διαφορετικών πινάκων που περιέχουν τις συντεταγμένες 100 σημείων στο χώρο. Οι πίνακες αυτοί ονομάζονται kroA100, kroB100, kroC100, kroD100, kroE100. Τα αποτελέσματα που θα εξαχθούν θα υπολογίζονται από συνδυασμό δύο, τριών, τεσσάρων και πέντε πινάκων κόστους κάθε φορά.

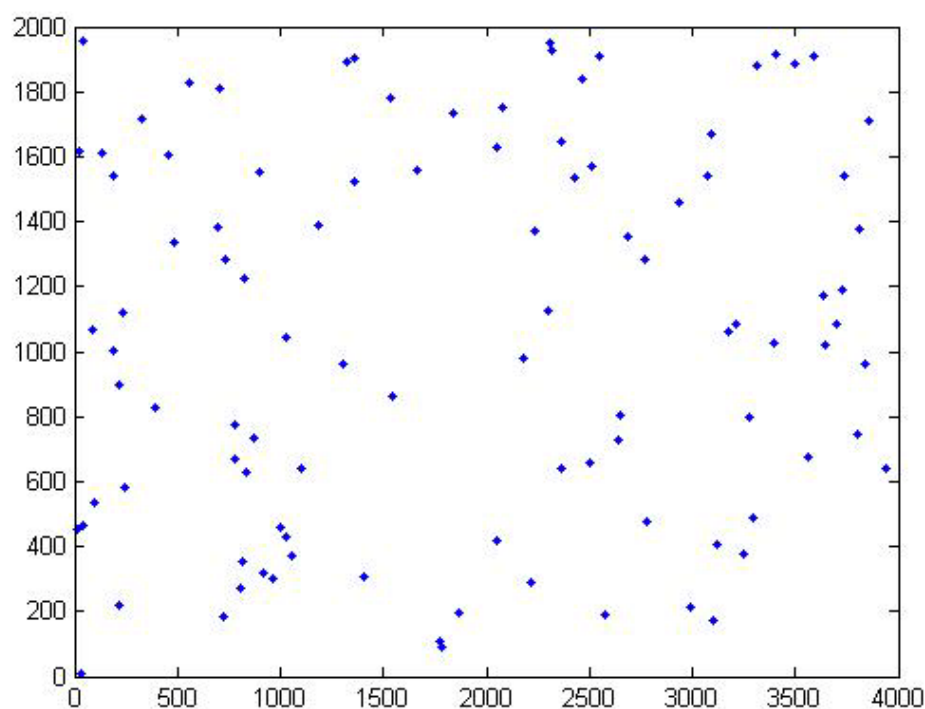
Η αναπαράσταση των σημείων των πινάκων kro απεικονίζονται στα διαγράμματα που ακολουθούν :



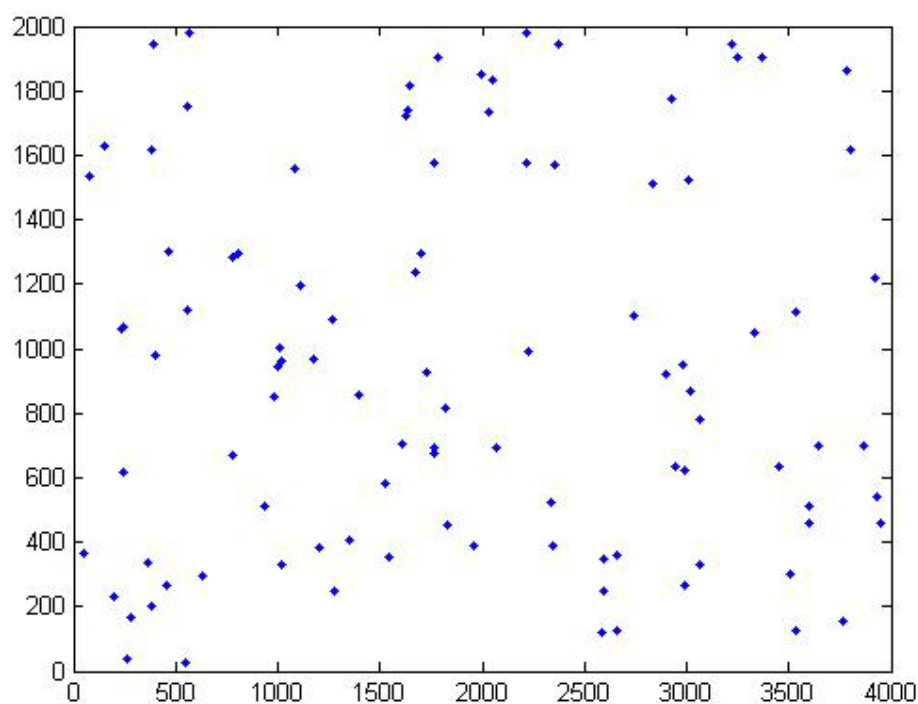
Διάγραμμα 1. Σημεία KroA100



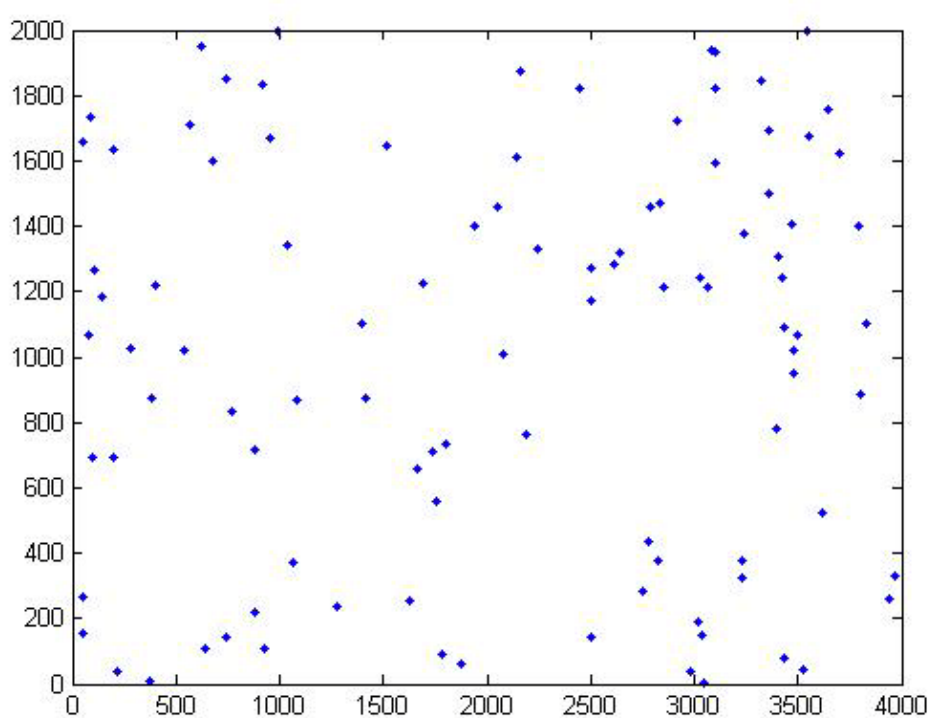
Διάγραμμα 2. Σημεία KroB100



Διάγραμμα 3. Σημεία KroC100



Διάγραμμα 4. Σημεία KroD100



Διάγραμμα 5. Σημεία KroE100

2.2 Διαδικασία Επίλυσης

Στη συνέχεια θα γίνει ανάλυση της διαδικασίας επίλυσης του προβλήματος βήμα προς βήμα.

Υπολογισμός αρχικού αριθμού ατόμων για τον σχηματισμό του πρώτου πληθυσμού λύσεων

Ο πληθυσμός λύσεων που χρησιμοποιούμε για να εκτελέσουμε τον αλγόριθμο Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μελισσών αποτελείται από εκατό (100) βασίλισσες. Κάθε βασίλισσα αντιπροσωπεύει μία «διαδρομή». Ο λόγος για τον οποίο καταλήξαμε στην παραγωγή 100 αρχικών λύσεων είναι το γεγονός ότι ο ίδιος αριθμός αρχικών λύσεων είχε χρησιμοποιηθεί και στην επίλυση του ίδιου προβλήματος με τον αλγόριθμο Διαφορικής Εξέλιξης στη διπλωματική εργασία του Ψύχα Ηρακλή-Δημήτρη με τον οποίο στη συνέχεια θα γίνει σύγκριση αποτελεσμάτων (με τίτλο “Επίλυση του προβλήματος Πλανόδιου Πωλητή με πολλαπλές αντικειμενικές συναρτήσεις με χρήση του Αλγορίθμου Διαφορικής Εξέλιξης”). Ο αλγόριθμος Ζευγαρώματος Μελισσών που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο επιστρέφει σαν λύση μόνο μια βασίλισσα. Στην περίπτωση του προβλήματος που επιλύουμε επειδή το πρόβλημα που επιλύεται είναι πολυαντικειμενικό και χρειαζόμαστε έναν αρχικό πληθυσμό λύσεων θα θεωρήσουμε σαν αρχικό πληθυσμό 100 βασίλισσες και όχι μία.

Υπολογισμός πινάκων κόστους C

Προκειμένου να καταφέρουμε να παράγουμε μια αρχική, σχετικά καλή, διαδρομή (ώστε να έχουμε και ένα σχετικά καλό αρχικό κόστος) θα πρέπει να υπολογίσουμε το πίνακα κόστους για κάθε kro πίνακα σημείων και έπειτα με την χρήση της μεθόδου του «Πλησιέστερου Γείτονα» να παράγουμε αυτή τη διαδρομή. Ο υπολογισμός των τιμών των πινάκων αυτών γίνεται με την χρήση του τύπου (2.1) που αναφέραμε προηγουμένως.

Σε αυτή την εργασία θα εξάγουμε τα τελικά αποτελέσματα με βάση τους εξής ανά δύο, ανά τρεις, ανά τέσσερις και ανά πέντε συνδυασμούς πινάκων kro:

Ανά δύο

- kroA100-kroB100
- kroA100-kroC100
- kroA100-kroD100
- kroA100-kroE100
- kroB100-kroC100
- kroB100-kroD100
- kroB100-kroE100
- kroC100-kroD100

- kroC100-kroE100
- kroD100-kroE100

Ανά τρεις

- kroA100-kroB100-kroC100
- kroA100-kroB100-kroD100
- kroA100-kroB100-kroE100
- kroA100-kroC100-kroD100
- kroA100-kroC100-kroE100
- kroA100-kroD100-kroE100
- kroB100-kroC100-kroD100
- kroB100-kroC100-kroE100
- kroB100-kroD100-kroE100
- kroB100-kroC100-kroD100

Ανά τέσσερις

- kroA100 – kroB100 – kroC100 – kroD100
- kroA100 – kroB100 – kroC100 – kroE100
- kroA100 – kroB100 – kroD100 – kroE100
- kroA100 – kroC100 – kroD100 – kroE100
- kroB100 – kroC100 – kroD100 – kroE100

Ανά πέντε

- kroA100 – kroB100 – kroC100 – kroD100 – kroE100

Παράδειγμα

Για να γίνει πιο κατανοητή η επίλυση του προβλήματος παραθέτουμε στην συνέχεια δύο πίνακες κόστους (C_A και C_B) που θα μπορούσαν να προκύψουν με την χρήση του τύπου (2.1) από δύο πίνακες με συντεταγμένες πέντε (5) κόμβων (πόλεων) Α και Β (αντίστοιχης μορφής με τους πίνακες kro).

C_A					
κόμβοι	1	2	3	4	5
1	0	5	7	4	9
2	5	0	3	6	8
3	7	3	0	2	1
4	4	6	2	0	5
5	9	8	1	5	0

Πίνακας 1. Κόστη μετάβασης από τον ένα κόμβο στον άλλο με βάση τις συντεταγμένες του πίνακα Α

C_B					
κόμβοι	1	2	3	4	5
1	0	3	9	8	5
2	3	0	6	7	9
3	9	6	0	2	4
4	8	7	2	0	5
5	5	9	4	5	0

Πίνακας 2. Κόστη μετάβασης από τον ένα κόμβο στον άλλο με βάση τις συντεταγμένες του πίνακα B

Παρατηρώντας τους πίνακες μπορούμε να δούμε ότι για να πάει κανείς από κάποιον κόμβο στον εαυτό του έχει κόστος 0 ενώ για να πάει από έναν κόμβο σε έναν άλλο έχει κόστος όσο αυτό που αναγράφεται στο αντίστοιχο κελί. Για παράδειγμα για να μεταφερθούμε στο κόμβο 2 από τον κόμβο 1 με βάση το κόστος του πίνακα C_A θα έχουμε κόστος 5 μονάδες.

Δημιουργία διαδρομής πρώτης βασίλισσας με την μέθοδο του Πλησιέστερου Γείτονα

Αφού έχουμε δημιουργήσει τους πίνακες του κόστους για κάθε πίνακα συντεταγμένων kro στη συνέχεια θα πρέπει να επιλέγουμε ποιιά θα είναι τα δύο, τρία, τέσσερα ή πέντε kro που θα συνδυάσουμε. Έπειτα διαλέγουμε με βάση ποιο πίνακα κόστους C θα εφαρμόσουμε τη μέθοδο του Πλησιέστερου Γείτονα. Με τη μέθοδο αυτή θα δημιουργήσουμε τη πρώτη μας βασίλισσα (δηλ. την πρώτη μας διαδρομή). Η αλληλουχία των κόμβων (διαδρομή) θα αποθηκεύεται κάθε φορά σε ένα διάνυσμα *diadromh* το οποίο με τη σειρά του θα αποθηκεύεται σε έναν πίνακα κομνοί του οποίου κάθε γραμμή αποτελεί και μία βασίλισσα. Επίσης για κάθε διάνυσμα *diadromh* θα υπολογίζεται ένας δισδιάστατος πίνακας κόστους μετάβασης (*kostos_metavashs*) από τον ένα κόμβο στον επόμενο για κάθε ένα από τους δύο (και στη συνέχεια τρεις, τέσσερις ή πέντε) πίνακες κόστους C. Τέλος από το άθροισμα των κοστών μετάβασης κάθε γραμμής του πίνακα *kostos_metavashs* θα προκύπτει ο πίνακας συνολικού κόστους (*kostos*) κάθε βασίλισσας για κάθε ένα από τους δύο (και στη συνέχεια τρεις, τέσσερις ή πέντε) πίνακες κόστους C.

Για να γίνει ποιο κατανοητή η μέθοδος θα την εξηγήσουμε συνεχίζοντας το προηγούμενο παράδειγμα.

Παράδειγμα (συνέχεια)

Το διάνυσμα *diadromh* είναι ένα διάνυσμα που παρουσιάζει την αλληλουχία των κόμβων που πρέπει να ακολουθήσει ο πωλητής για να ολοκληρώσει την διαδρομή του και να επιστρέψει στον αρχικό κόμβο. Το πρώτο του στοιχείο στην

προκειμένη περίπτωση θα είναι ο κόμβος 1 και έπειτα θα ακολουθήσουν οι υπόλοιποι κόμβοι (άλλοι τέσσερεις κόμβοι για το παράδειγμά μας) με την χρήση της μεθόδου του Πλησιέστερου Γείτονα.

Αρχικά συμπληρώνουμε στο διάνυσμά μας μόνο το πρώτο στοιχείο (κόμβος 1):

diadromh	
κόμβοι	1

Πίνακας 3. Ο πίνακας diadromh με ένα στοιχείο συμπληρωμένο

Στη συνέχεια ελέγχουμε την γραμμή που δείχνει το στοιχείο στο πρώτο κελί του πίνακα diadromh (δηλ στην 1^η γραμμή εφόσον το πρώτο στοιχείο είναι το 1) του πίνακα C_A (το ποιόν πίνακα C θα διαλέξουμε είναι στη κρίση του προγραμματιστή). Έτσι πάμε στην 1^η γραμμή του πίνακα C_A και ελέγχουμε όλα τα στοιχεία της (εκτός αυτού της 1^{ης} στήλης αφού τον κόμβο 1 τον έχουμε ήδη τοποθετήσει στο διάνυσμα diadromh) για να βρούμε τη στήλη με το μικρότερο κόστος. Στη περίπτωσή μας η 4^η στήλη είναι αυτή με το μικρότερο κόστος (με κόστος ίσο με 4). Εφόσον η 4^η στήλη είναι αυτή με το μικρότερο κόστος τοποθετούμε τον αριθμό 4 στο δεύτερο κελί του πίνακα diadromh. Έτσι ο πίνακας διαδρομή γίνεται :

diadromh		
κόμβοι	1	4

Πίνακας 4. Ο πίνακας diadromh με δύο στοιχεία συμπληρωμένα

Με την ίδια λογική μεταβαίνουμε στην 4^η γραμμή του πίνακα C_A και ελέγχουμε όλα της τα στοιχεία (εκτός της 1^{ης} και 4^{ης} στήλης που έχουν ήδη χρησιμοποιηθεί). Στην 4^η γραμμή του C_A το μικρότερο στοιχείο είναι αυτό της στήλης 3 (με κόστος ίσο με 2). Άρα τοποθετούμε στο επόμενο κελί του diadromh το νούμερο 3:

diadromh			
κόμβοι	1	4	3

Πίνακας 5. Ο πίνακας diadromh με τρία στοιχεία συμπληρωμένα

Με την ίδια διαδικασία καταλήγουμε στο τελικό διάνυσμα diadromh που παρουσιάζεται παρακάτω:

diadromh					
κόμβοι	1	4	3	5	2

Πίνακας 6. Ο πίνακας diadromh με όλα τα στοιχεία συμπληρωμένα

Από τον πίνακα 6 παρατηρούμε ότι ο πωλητής σε αυτή την διαδρομή θα πρέπει να ξεκινήσει από την πόλη 1 να πάει στην 4, έπειτα στην 3, μετά στην 5, τέλος στην 2 και να επιστρέψει πάλι στην 1 (στο πρώτο κελί) για να κλείσει τον κύκλο.

Στη συνέχεια θα πρέπει να υπολογίσουμε το κόστος μετάβασης για αυτή την διαδρομή και για κάθε πίνακα κόστους C . Οι τιμές αυτές θα αποθηκευτούν στον δισδιάστατο πίνακα *kostos_metavashs*. Ο πίνακας αυτός θα έχει δύο γραμμές (ή τρεις αν έχουμε τρεις πίνακες κόστους C κ.ο.κ.) και κάθε γραμμή του θα έχει το κόστος μεταφοράς από τον ένα κόμβο στον επόμενο σύμφωνα με κάθε πίνακα C . Για παράδειγμα το κόστος από τον κόμβο 1 στον κόμβο 4 σύμφωνα με το C_A έχει κόστος 4. Άρα στο πρώτο κελί της πρώτης σειράς του πίνακα *kostos_metavashs* θα μπει ο αριθμός 4. Αντίστοιχα για την ίδια μετάβαση αλλά με βάση το C_B , το πρώτο κελί της δεύτερης γραμμής του πίνακα *kostos_metavashs* θα έχει κόστος 8. Ο πίνακας θα έχει 5 στήλες και στη τελευταία στήλη θα φαίνεται η μετάβαση από τον τελευταίο κόμβο (δηλ. τον 2) στον κόμβο αφετηρία, δηλαδή στον κόμβο 1 για την περίπτωση μας. Στην συνέχεια παρουσιάζουμε συμπληρωμένο τον πίνακα *kostos_metavashs*:

kostos_metavashs					
C_A	4	2	1	8	5
C_B	8	2	4	9	3

Πίνακας 7. Ο πίνακας *kostos_metavashs* με όλα τα στοιχεία συμπληρωμένα

Στη συνέχεια θα κατασκευάσουμε τον πίνακα συνολικού κόστους (*kostos*) που αποτελεί το άθροισμα κάθε μίας από τις γραμμές του *kostos_metavashs*. Ο πίνακας αυτός δείχνει τα συνολικά κόστη για κάθε βασίλισσα που παράγουμε. Θα παράγουμε τρεις βασίλισσες άρα θα έχει τρεις γραμμές. Επίσης θα έχει δύο στήλες αφού στη προκειμένη περίπτωση έχουμε δύο πίνακες κόστους C . Μέχρι τώρα ο πίνακας *kostos* θα έχει την παρακάτω μορφή:

Βασίλισσες\C	kostos	
	C _A	C _B
1	20	26
2		
3		

Πίνακας 8. Ο πίνακας kostos με το κόστος της πρώτης βασίλισσας συμπληρωμένο

Τέλος τοποθετούμε την διαδρομή της πρώτης βασίλισσας που παράγαμε (δηλ τα στοιχεία του diadromh) στη πρώτη γραμμή του πίνακα komnoi στον οποίο αποθηκεύεται η διαδρομή κάθε βασίλισσας. Στη προκειμένη περίπτωση του παραδείγματος θα έχουμε τρεις γραμμές αφού θα παράγουμε συνολικά τρεις βασίλισσες και πέντε στήλες αφού έχουμε πέντε κόμβους. Ο πίνακας komnoi παρουσιάζεται παρακάτω:

Βασίλισσες\κόμβοι	komnoi				
1	1	4	3	5	2
2					
3					

Πίνακας 9. Ο πίνακας komnoi με τη διαδρομή της πρώτης βασίλισσας συμπληρωμένη

Δημιουργία διαδρομής επόμενων βασιλισσών με την μέθοδο 2-opt

Αφού δημιουργήσαμε την αρχική μας βασίλισσα στη συνέχεια σκεφτήκαμε να δημιουργήσουμε τις υπόλοιπες με τη μέθοδο 2-opt. Με αυτή την λογική θα είχαμε 100 βασίλισσες με περίπου ίδιες λύσεις και με παρόμοια, αρκετά κοντά στο βέλτιστο, ολικά κόστη. Έπειτα σκεφτήκαμε πως με αυτό τον τρόπο ίσως να χάναμε κάποια πολύ καλύτερη λύση η οποία δεν θα έμοιαζε καθόλου με αυτή που παρήγαγε η μέθοδος του Πλησιέστερου Γείτονα. Έτσι καταλήξαμε στην απόφαση να παράγουμε τις πρώτες 49 βασίλισσες με τη μέθοδο 2-opt και τις υπόλοιπες 50 με τυχαίο (rand) τρόπο.

Η μέθοδος 2-opt θα γίνει εύκολα κατανοητή εφαρμόζοντάς τη στο προηγούμενο παράδειγμα:

Παράδειγμα (συνέχεια)

Από το παράδειγμα του προηγούμενου βήματος έχουμε ήδη γνωστή την διαδρομή της πρώτης βασίλισσας (diadromh) καθώς και τον αντίστοιχο πίνακα κόστους μετάβασης (kostos_metabashs). Το πρώτο βήμα στην μέθοδο 2-opt είναι να επιλέξουμε ποιά C θα χρησιμοποιήσουμε. Τυχαία διαλέγουμε το C_A. Έπειτα ελέγχουμε στη πρώτη γραμμή του πίνακα kostos_metavashs (δηλ. αυτή που

δημιουργήθηκε σύμφωνα με το C_A) ποιά είναι τα δύο κελιά που περιέχουν το μεγαλύτερο κόστος. Τα κελιά αυτά όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα είναι το κελί 4 και το κελί 5 με αντίστοιχα κόστη 8 και 5.

kostos_metavashs					
C_A	4	2	1	8	5
C_B	8	2	4	9	3

Πίνακας 10. Ο πίνακας kostos_metavashs με τα δύο μεγαλύτερα κόστη της πρώτης γραμμής κόκκινα

Στη συνέχεια πηγαίνουμε στα αντίστοιχα κελιά του πίνακα diadromh (κελί 4 και 5) και εναλλάσσουμε μεταξύ τους το περιεχόμενό τους, χρησιμοποιώντας και το περιεχόμενο του τρίτου κελιού ώστε να μην εμφανιστούν τα τόξα με τα δύο μεγαλύτερα κόστη. Έτσι η νέα μας διαδρομή, η διαδρομή της δεύτερης βασίλισσας, φαίνεται στον παρακάτω αλλαγμένο πίνακα diadromh (η αλλαγή φαίνεται με κόκκινο χρώμα):

diadromh					
κόμβοι	1	4	2	3	5

Πίνακας 11. Ο πίνακας diadromh της δεύτερης βασίλισσας όπως προέκυψε από την μέθοδο 2-opt

Το επόμενο βήμα είναι να δημιουργήσουμε το νέο μας πίνακα kostos_metavashs και να συμπληρώσουμε τις δεύτερες γραμμές των πινάκων kostos και komnoi. Τους πίνακες αυτούς τους συμπληρώνουμε με την ίδια διαδικασία που περιγράψαμε για τη πρώτη βασίλισσα και παρουσιάζονται παρακάτω:

kostos_metavashs					
C_A	4	6	3	1	9
C_B	8	7	6	4	5

Πίνακας 12. Ο πίνακας kostos_metavashs της δεύτερης βασίλισσας

kostos		
βασίλισσες\C	C _A	C _B
1	20	26
2	23	30
3		

Πίνακας 13. Ο πίνακας kostos με συμπληρωμένα και τα ολικά κόστη της δεύτερης βασίλισσας

βασίλισσες\κόμβοι	komvoi				
1	1	4	3	5	2
2	1	4	2	3	5
3					

Πίνακας 14. Ο πίνακας komvoi με τη διαδρομή και της δεύτερης βασίλισσας συμπληρωμένη

Δημιουργία διαδρομής επόμενων βασιλισσών με τυχαίο (rand) τρόπο

Οι επόμενες 50 βασίλισσες θα παραχθούν με τυχαίο τρόπο. Αυτός ο τρόπος μπορεί να μας δώσει βασίλισσες ίσως με ένα καλύτερο κόστος που δεν θα καταφέρουν να μας δώσουν οι προηγούμενες 50 βασίλισσες. Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε την παραγωγή τυχαίας βασίλισσας παράγοντας την τρίτη και τελευταία βασίλισσα του παραδείγματός μας:

Παράδειγμα (συνέχεια)

Η τελευταία μας βασίλισσα θα παραχθεί με τυχαίο τρόπο και στη συνέχεια θα συμπληρωθούν οι πίνακες kostos_metavashs, kostos και komvoi.

Η τυχαία μας διαδρομή θα μπορούσε να είναι η ακόλουθη:

diadromh					
κόμβοι	1	5	3	4	2

Πίνακας 15. Ο πίνακας diadromh της τρίτης βασίλισσας όπως προέκυψε από την μέθοδο rand

Στη συνέχεια κατασκευάζουμε και τους πίνακες kostos_metavashs, kostos και komvoi όπως στις προηγούμενες βασίλισσες:

kostos_metavashs					
C _A	9	1	2	6	5
C _B	5	4	2	7	3

Πίνακας 16. Ο πίνακας kostos_metavashs της τρίτης βασίλισσας

kostos		
βασίλισσες\C	C _A	C _B
1	20	26
2	23	30
3	23	21

Πίνακας 17. Ο πίνακας kostos με συμπληρωμένα και τα ολικά κόστη της τρίτης βασίλισσας

βασίλισσες\κόμβοι	komvoi				
1	1	4	3	5	2
2	1	4	2	3	5
3	1	5	3	4	2

Πίνακας 18. Ο πίνακας komvoi με τη διαδρομή και της τρίτης βασίλισσας συμπληρωμένη

Έτσι καταφέραμε να συμπληρώσουμε και τις τρεις διαδρομές, δηλαδή και τις τρεις βασίλισσες που θα χρησιμοποιήσουμε στη συνέχεια για να εφαρμόσουμε τον αλγόριθμο HBMO ώστε να βρούμε τον πληθυσμό των Pareto βέλτιστων βασιλισσών.

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ HBMO

Δημιουργία πίνακα Queens

Αρχικά αποθηκεύουμε τον πίνακα komvoi που δημιουργήσαμε προηγουμένως στον πίνακα Queens. Ο πίνακας kostos παραμένει ως έχει.

Δημιουργία πινάκων P και $veltisto_kostos$

Για να μπορέσουμε να συγκρατήσουμε τις καλύτερες βασίλισσες και τα κόστη τους μέχρι την επανάληψη που έχει γίνει (όταν αρχίσουν οι επαναλήψεις) θα πρέπει οι βασίλισσες του πίνακα $Queens$ που προκύπτουν σε κάθε επανάληψη να συγκριθούν με αυτές που είναι αποθηκευμένες στον πίνακα P . Αν κάποια από τις βασίλισσες του πίνακα $Queens$ έχει δώσει καλύτερο κόστος από την αντίστοιχη του πίνακα P τότε την αντικαθιστούμε και ταυτόχρονα αντικαθιστούμε και το κόστος της παλιάς βασίλισσας του P με αυτή της νέας στον πίνακα $veltisto_kostos$. Αυτή η διαδικασία θα γίνεται στο τέλος κάθε επανάληψης. Για το ξεκίνημά μας, πριν μπούμε στην διαδικασία των επαναλήψεων, αποθηκεύουμε το περιεχόμενο του πίνακα $Queens$ στον πίνακα P και το περιεχόμενο του πίνακα $kostos$ στον πίνακα $veltisto_kostos$.

```
Άρα  
P == Queens και  
veltisto_kostos == kostos
```

Δημιουργία πινάκων $Pareto_kostos$ και $Pareto_P$

Αφού έχουμε δημιουργήσει τον αρχικό μας πίνακα $veltisto_kostos$ από αυτόν θα πρέπει να κρατήσουμε τα $Pareto$ βέλτιστα κόστη ($Pareto$ front) και την αντίστοιχη διαδρομή, από τον πίνακα P , των βασιλισσών με αυτά τα κόστη. Τα $Pareto$ βέλτιστα κόστη αποθηκεύονται στον πίνακα $Pareto_kostos$ και οι διαδρομές των αντίστοιχων βασιλισσών στον πίνακα $Pareto_P$. Για να είναι μια βασίλισσα που εξετάζουμε κυρίαρχη σε μία άλλη θα πρέπει να ισχύουν τα παρακάτω:

- Η δεύτερη να έχει και τα δύο (ή τρία αν έχουμε τρία κριτήρια κόστους κ.ο.κ.) κόστη της (αντίστοιχη γραμμή $veltisto_kostos$) μεγαλύτερα από τα αντίστοιχα αυτής που εξετάζουμε. Τότε η δεύτερη διαγράφεται από το $Pareto_kostos$ και το $Pareto_P$.
- Η δεύτερη να έχει όλα της τα κόστη ίσα με τα αντίστοιχα της πρώτης. Στην προκειμένη περίπτωση κυριαρχεί η πρώτη και η δεύτερη διαγράφεται από τους πίνακες.

Αν και οι δύο βασίλισσες έχουν από ένα αντίστοιχο κόστος μεγαλύτερο και από ένα μικρότερο τότε ανήκουν και οι δύο στο $Pareto$ front. Φυσικά στην εργασία μας τα κόστη κάθε βασίλισσας συγκρίνονται με περισσότερες από μία μη διεγγραμμένες βασίλισσες ώστε να κυριαρχήσουν και να μείνουν στο $Pareto$ front.

Αφού δημιουργήσουμε τους δύο πίνακες $Pareto$ αποθηκεύουμε σε μια μεταβλητή w τον συνολικό αριθμό βασιλισσών $Pareto$.

Για να γίνει πιο εύκολη η κατανόηση της διαδικασίας παραθέτουμε το επόμενο παράδειγμα που είναι συνέχεια του προηγούμενου:

Παράδειγμα (συνέχεια)

Από τον παρακάτω πίνακα *veltisto_kostos* βλέπουμε ότι πρέπει να διαγραφεί η βασίλισσα 2 αφού όλα της τα κόστη είναι μεγαλύτερα από των άλλων και να κρατηθούν στο *Pareto_kostos* οι βασίλισσες 1 και 3 που έχουν από ένα αντίστοιχο κόστος μεγαλύτερο και από ένα μικρότερο.

Veltisto_kostos		
βασίλισσες\C	C _A	C _B
1	20	26
2	23	30
3	23	21

Πίνακας 19. Ο αρχικός πίνακας *veltisto_kostos*

Έτσι ο πίνακας *Pareto_kostos* σχηματίζεται ως εξής:

Pareto_kostos		
σειρά (βασίλισσες)\C	C _A	C _B
1	20	26
2	23	21

Πίνακας 20. Ο αρχικός πίνακας *Pareto_kostos* με τις δύο πρώτες κυρίαρχες βασίλισσες

Και ο πίνακας *Pareto_P* σχηματίζεται ως εξής:

σειρά (βασίλισσες)	Pareto_P				
1	1	4	3	5	2
2	1	5	3	4	2

Πίνακας 21. Ο αρχικός πίνακας *Pareto_P* με τις δύο πρώτες κυρίαρχες βασίλισσες

Στη συνέχεια κρατάμε τον αριθμό (ποσότητα) των βασιλισσών *Pareto* $w = 2$.

ΕΠΑΝΑΛΗΨΕΙΣ ΗΒΜΟ

Στην εργασία αυτή έχει οριστεί ως αριθμός επαναλήψεων για τη βελτίωση της λύσης του προηγούμενου βήματος το 100. Σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου θα γίνονται με τη σειρά οι διαδικασίες που ακολουθούν:

Παραγωγή με τυχαίο τρόπο 100 κηφώνων

Κάθε φορά που ξεκινάει κάποια επανάληψη παράγονται με τυχαίο τρόπο 100 κηφώνες οι οποίοι αποθηκεύονται στο πίνακα Drones και υπολογίζονται τα αντίστοιχα κόστη τους τα οποία αποθηκεύονται στον πίνακα *kostos_D*.

Για κάθε βασίλισσα (*q*) γίνονται οι παρακάτω ενέργειες

*Ορισμός παράγοντα α και *speed**

$\alpha=0.9$
 $speed=2$

*Ορισμός παράγοντα *energy**

Ορίζουμε την ενέργεια (*energy*) κάθε βασίλισσας ίση με 50. Αυτό σημαίνει ότι η βασίλισσα έχει την δυνατότητα να εξετάσει 50 κηφώνες χωρίς όμως αυτό να σημαίνει ότι θα επιλέξει και τους 50 για ζευγάρωμα.

Τυχαία επιλογή κηφώνων

Η βασίλισσα εξετάζει 50 ξεχωριστούς κηφώνες. Από αυτούς ορισμένοι έχουν μια πιθανότητα να επιλεγούν για το ζευγάρωμα με την βασίλισσα κατά την διαδικασία της πτήσης ζευγαρώματος. Η πιθανότητα για κάθε κηφήνα να επιλεγεί από την βασίλισσα υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$Prob(D) = e^{\frac{-\Delta(f)}{Speed(t)}} \quad (2.2)$$

Όπου για 2 αντικειμενικές συναρτήσεις:

$$\Delta(f) = |(kostos(q, 1) - kostos D(D, 1)) + (kostos(q, 2) - kostos D(D, 2))| \quad (2.3)$$

Αν κάποιος από τους υπό εξέταση κηφώνες έχει πιθανότητα να ζευγαρώσει μεγαλύτερη του 0.2 τότε επιλέγεται από την βασίλισσα για ζευγάρωμα. Κάθε φορά που εξετάζεται ένας κηφήνας, είτε επιλεγεί για ζευγάρωμα είτε όχι, η ταχύτητα (*speed*) μειώνεται με βάση τον τύπο:

$$Speed(t + 1) = a \times Speed(t) \quad (2.4)$$

Δημιουργία πίνακα σπερματοθήκη (SP)

Στη συνέχεια αποθηκεύουμε τους επιλεγμένους για ζευγάρωμα κηφίνες στο πίνακα σπερματοθήκη (SP).

Δημιουργία πίνακα απογόνων (arogonoi)

Αρχικά θα μετατρέψουμε τα στοιχεία των πινάκων Queens και SP από διακριτές σε συνεχείς τιμές επειδή στη συνέχεια θα εισαχθούν σε τύπους που χρησιμοποιούν συνεχείς τιμές για τον σχηματισμό απογόνων για κάθε κηφήνα της σπερματοθήκης.

Αυτό μπορεί εύκολα να γίνει διαιρώντας όλα τα στοιχεία των πινάκων Queens (και πιο συγκεκριμένα της κάθε βασίλισσας που εξετάζουμε) και SP με το μέγιστο αριθμό κόμβων, δηλαδή το 100. Έτσι έχουμε το διάνυσμα συνεχών τιμών queen (για την βασίλισσα) και το πίνακα sp (για τους κηφίνες της σπερματοθήκης). Στο παράδειγμα που ακολουθεί θα γίνει πιο κατανοητή η διαδικασία:

Έστω ότι έχουμε την παρακάτω διαδρομή (ακολουθία κόμβων):

Διαδρομή					
1	1	4	3	5	2

Πίνακας 22. Διαδρομή με διακριτές τιμές

Στη συνέχεια διαιρούμε όλα τα περιεχόμενα των κελιών με τον μέγιστο αριθμό κόμβων (5). Έτσι προκύπτει η παρακάτω διαδρομή:

Διαδρομή					
1	0.2	0.8	0.6	1	0.4

Πίνακας 23. Διαδρομή με συνεχείς τιμές

Αφού έχουμε μετατρέψει όλες τις τιμές των πινάκων σε συνεχείς μπορούμε πλέον να διασταυρώσουμε την βασίλισσα q που εξετάζουμε με τους κηφίνες που έχει επιλέξει.

Για κάθε κηφήνα d εφαρμόζονται οι παρακάτω τύποι παραγωγής απογόνων O:

$$O1 = (1 - g) * queen + g * sp(d) \quad (2.5)$$

$$O2 = g * queen + (1 - g) * sp(d) \quad (2.6)$$

Όπου g τυχαίος αριθμός στο διάστημα $(0, 1)$.

Στη περίπτωση μας παράγουμε από κάθε ζευγάριωμα βασίλισσας – κηφήνα δύο απογόνους σε αντίθεση με την θεωρητική μορφή του αλγορίθμου που παράγει έναν. Επιλέχθηκε αυτή η διαδικασία ζευγαρώματος επειδή αφενός οι τύποι αυτοί χρησιμοποιούνται σε ζευγάρια («συμπληρώνοντας» ο ένας τον άλλο) και αφετέρου για να παράγουμε μεγαλύτερο αριθμό απογόνων (διπλάσιος του αριθμού κηφήνων της σπερματοθήκης).

Αφού δημιουργήθηκε ο πίνακας αρογοποι θα πρέπει στην συνέχεια να μετατρέψουμε το περιεχόμενό του από συνεχείς σε διακριτές τιμές.

Η διαδικασία μετατροπής του πίνακα αρογοποι σε πίνακα κομνοί_ar (διακριτές τιμές του αρογοποι) θα αναλυθεί παρακάτω με τη βοήθεια ενός παραδείγματος:

Παράδειγμα

Η διαδικασία γίνεται εξετάζοντας τον πίνακα αρογοποι γραμμή-γραμμή. Έστω ότι έχουμε την ακόλουθη γραμμή του πίνακα αρογοποι:

αρογοποι					
απόγονος	0,5	0,7	1	0,3	0,2

Πίνακας 24. Ένας τυχαίος απόγονος του πίνακα αρογοποι

Για την γραμμή αυτή ψάχνω να βρω πιο είναι το κελί με τη μικρότερη τιμή. Στη προκειμένη περίπτωση το κελί με τη μικρότερη τιμή είναι το 5^ο. Τότε συμπληρώνω στον πίνακα κομνοί_ar για το αντίστοιχο άτομο στο 5^ο κελί τον αριθμό 1. Έπειτα ελέγχω ξανά τη γραμμή του απογόνου στον πίνακα αρογοποι για να βρω το κελί με την αμέσως επόμενη μεγαλύτερη τιμή. Στο παράδειγμά μας είναι το κελί 4 με τιμή 0.3. Με τον ίδιο τρόπο συνεχίζω να ελέγχω και τα υπόλοιπα κελιά αυτής της γραμμής καταλήγοντας στον πίνακα 25.

αρογοποι					
απόγονος	3	4	5	2	1

Πίνακας 25. Αλλαγμένη σειρά (απογόνου) του πίνακα κομνοί_ar με βάση τον πίνακα αρογοποι

Τάισμα απογόνων

Στη συνέχεια εφαρμόζεται η μέθοδος 2-opt για βελτίωση της λύσης κάθε απογόνου. Για κάθε απόγονο γίνονται 100 επαναλήψεις της 2-opt με τον τρόπο που έχει προαναφερθεί σε προηγούμενη ενότητα του ίδιου κεφαλαίου για παραγωγή αρχικών λύσεων. Από τις 100 επαναλήψεις της μεθόδου παραμένει αυτή με το καλύτερο κόστος αν αυτό είναι ίσο ή καλύτερο από το αρχικό.

Εύρεση Pareto πίνακα απογόνων (*Pareto_komnoi_ar*) και επιλογή νέας βασίλισσας

Αφού έχουμε σχηματίσει τον τελικό πίνακα απογόνων *komnoi_ar* (διακριτές τιμές του πίνακα αρογοποι) και έχουμε υπολογίσει τα κόστη για κάθε απόγονο επιλέγουμε τους κυρίαρχους από αυτούς εκτελώντας την ίδια διαδικασία εύρεσης Pareto μετώπου που εφαρμόστηκε προηγουμένως για την δημιουργία των πινάκων *Pareto_P* και *Pareto_kostos*. Έτσι σχηματίζονται οι πίνακες *Pareto_komnoi_ar* και ο *Pareto_kostos_ar* αντίστοιχα.

Έπειτα η παλιά βασίλισσα (βασίλισσα (*q*) που εξετάζουμε του πίνακα *Queens*) θα αντικατασταθεί από μία λύση του πίνακα *Pareto_komnoi_ar* η οποία θα αποτελέσει την νέα βασίλισσα. Για την επιλογή της εφαρμόζεται η ακόλουθη διαδικασία:

Αρχικά γίνεται ο υπολογισμός του μέσου όρου για κάθε στήλη κόστους του πίνακα *Pareto_kostos_ar*. Μετά υπολογίζεται η ευκλείδεια απόσταση για κάθε απόγονο του πίνακα *Pareto_komnoi_ar* από τον μέσο όρο. Ο τύπος που χρησιμοποιήθηκε για δύο αντικειμενικές συναρτήσεις είναι ο παρακάτω:

Για κάθε απόγονο *i*

$$eukl\ ar(i) = \sqrt{(Pareto\ kostos\ ar(i, 1) - ma)^2 + (Pareto\ kostos\ ar(i, 2) - mb)^2} \quad (2.7)$$

Όπου *ma* και *mb* οι μέσοι όροι για την πρώτη και δεύτερη στήλη κόστους αντίστοιχα του πίνακα *Pareto_kostos_ar*.

Στη συνέχεια κρατάμε για νέα βασίλισσα τον απόγονο του πίνακα *Pareto_komnoi_ar* αυτόν που έχει την ελάχιστη ευκλείδεια απόσταση και την αντικαθιστούμε στον πίνακα *Queens* στη γραμμή *q* και το αντίστοιχο κόστος της στην ίδια θέση στον πίνακα *kostos*.

Αυτή η διαδικασία συνεχίζεται για κάθε βασίλισσα μέχρι να ελεγχθούν όλες.

Σύγκριση $P(t-1)$ με $Queens(t)$ και σχηματισμός $P(t)$

Από την προηγούμενη επανάληψη (*t-1*) έχουμε υπολογίσει έναν πίνακα *P(t-1)* και ένα *veltisto_kostos(t-1)*. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να συγκρίνουμε τα κόστη

(kosten(t)) από τις νέες βασίλισσες που είναι αποθηκευμένες στον πίνακα Queens(t) με τα κόστη που βρίσκονται στον πίνακα veltisto_kosten(t-1). Αν για κάποια βασίλισσα τα κόστη της στον πίνακα kosten(t) είναι μικρότερα ή ίσα από τα αντίστοιχα στον πίνακα veltisto_kosten(t-1) τότε αντικαθιστούμε και αποθηκεύουμε τις τιμές που είχε αυτή η βασίλισσα στον πίνακα P(t-1) με τις τιμές που έχει στο Queens(t). Το ίδιο ακριβώς κάνουμε και για τις αντίστοιχες τιμές της στον πίνακα veltisto_kosten(t-1). Με τον τρόπο αυτό αντικαταστήσαμε στον πίνακα P(t) τις βασίλισσες που είχαν καλύτερο κόστος από τα αντίστοιχα προηγούμενά τους στην επανάληψη t και το ίδιο κάναμε για αυτές τις βασίλισσες στο πίνακα veltisto_kosten(t). Έτσι δημιουργήσαμε τους πίνακες P και veltisto_kosten για την επανάληψη t.

Δημιουργία νέων πινάκων Pareto_P και Pareto_kosten

Στο τέλος κάθε επανάληψης t θα πρέπει να υπολογίσουμε το νέο μας πίνακα Pareto_P(t) και τον πίνακα Pareto_kosten(t). Ένας εύκολος τρόπος για να υπολογίσουμε τον πίνακα Pareto_kosten(t) είναι να τοποθετήσουμε σε ένα ενιαίο πίνακα τις τιμές των πινάκων veltisto_kosten(t) και Pareto_kosten(t-1). Σε αυτό τον ενιαίο πίνακα κάνουμε συγκρίσεις ανάμεσα στα κόστη όλων των βασιλισσών με τη μέθοδο που εξηγήσαμε σε προηγούμενο βήμα με αποτέλεσμα να διαγράψουμε όλα τις κυριαρχούμενες βασίλισσες και να παραμένουν μόνο αυτές που είναι βέλτιστες κατά Pareto. Τα κόστη αυτών των βασιλισσών τοποθετούνται στον πίνακα Pareto_kosten(t) και ταυτόχρονα στον πίνακα Pareto_P(t) τοποθετείται το περιεχόμενο της κάθε βασίλισσας από τον πίνακα P(t) ή Pareto_P(t-1) αναλόγως με το αν η βασίλισσα αυτή κρατήθηκε στα Pareto βέλτιστα επειδή έγινε κυρίαρχη λόγω του περιεχομένου στο veltisto_kosten(t) ή στο Pareto_kosten(t-1). Αφού υπολογίσουμε τους πίνακες Pareto_P και Pareto_kosten κρατάμε σε μια μεταβλητή w το σύνολο των βασιλισσών Pareto. Τέλος όταν τελειώσουν οι επαναλήψεις εξάγουμε τον τελικό πίνακα Pareto_P και Pareto_kosten.

Δημιουργία διαγραμμάτων και υπολογισμός αποδόσεων

Αφού τελειώσουμε όλες τις επαναλήψεις θα χρησιμοποιήσουμε τους πίνακες Pareto_P και Pareto_kosten για να παράγουμε διαγράμματα Pareto front για κάθε συνδυασμό πινάκων kro και να υπολογίσουμε την απόδοση που έχει ο πίνακας Pareto_kosten. Στα δισδιάστατα διαγράμματα με Pareto x συμβολίζουμε την τιμή κόστους που έχει κάθε βασίλισσα σύμφωνα με το πρώτο πίνακα κόστους C ενώ με Pareto y σύμφωνα με το δεύτερο πίνακα C (αν έχουμε και τρίτο πίνακα κόστους συμβολίζουμε με Pareto z και το διάγραμμα είναι τρισδιάστατο). Για να υπολογίσουμε την απόδοση των δύο πινάκων Pareto εφαρμόζουμε την εξής διαδικασία:

Αρχικά για καθένα από τους πίνακες αθροίζουμε τα μέγιστα από κάθε στήλη. Στη συνέχεια το αποτέλεσμα του αθροίσματος το υψώνουμε σε τετραγωνική

ρίζα. Όσο μεγαλύτερη είναι η απόδοση τόσο καλύτερο είναι το αποτέλεσμα που έχουμε βρει.

Ο τύπος απόδοσης για το Pareto_kostos (Mk) φαίνεται παρακάτω [2]:

$$M_k = \sqrt{\sum_{i=1}^2 \max_{q' \in Pareto_kostos} \|p'_i - q'_i\|; p', q' \in Pareto_kostos} \quad (2.8)$$

Όσο μεγαλύτερο είναι το μέτρο Mk τόσο πιο πολύ εκκλίνονται οι λύσεις του Pareto μετώπου στις διαστάσεις τους.

2.3 Ψευδοκώδικας

Ο Ψευδοκώδικας που θα μπορούσαμε να προτείνουμε για δύο αντικειμενικές συναρτήσεις είναι ο ακόλουθος:

Επιλογή αριθμού κόμβων

Διάβασμα συντεταγμένων x και y από αρχείο excel

Γέμισμα πίνακα κόστους 1 (Ca)

Γέμισμα πίνακα κόστους 2 (Cb)

Εφαρμογή μεθόδου πλησιέστερου γείτονα για παραγωγή της πρώτης βασίλισσας

Εφαρμογή μεθόδου 2-opt για παραγωγή των πρώτων μισών βασιλισσών

Εφαρμογή random μεθόδου για παραγωγή των υπόλοιπων μισών βασιλισσών

Υπολογισμός πίνακα kostos (κόστος βασιλισσών Queens)

Αποθήκευση στον πίνακα P τον πίνακα Queens και στον πίνακα veltisto_kostos τον πίνακα kostos

Υπολογισμός Pareto_P και Pareto_kostos

Do until δεν έχει φτάσει ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων:

 Παραγωγή με τυχαίο τρόπο 100 κηφήνων (Drones) και υπολογισμός του κόστους τους (kostos_D)

 Για κάθε βασίλισσα q

 α=0.9

 speed=2

 Για energy από 50 έως 1 με βήμα -1

 Τυχαία επιλογή κηφήνα D

 Αν ο κηφήνας δεν έχει επιλεγεί

 Υπολόγισε Δ(f)

 Υπολόγισε πιθανότητα να επιλεγεί ο κηφήνας για ζευγάρωμα

 Αν η πιθανότητα > 0.2 τότε

 Ο κηφήνας επιλέγεται

 Τέλος Αν

 Αλλιώς

 Επανέλαβε τη διαδικασία επιλογής κηφήνα

Τέλος Αν

speed= α *speed

Τέλος Για

Δημιουργία πίνακα σπερματοθήκης (SP) και κόστους αυτής

Μετατροπή της βασίλισσας q σε συνεχείς τιμές

Μετατροπή της σπερματοθήκης σε συνεχείς τιμές (sp)

Δημιουργία του πίνακα απογόνων

Μετατροπή του πίνακα απογόνων σε διακριτές τιμές και
υπολογισμός κόστους τους

Χρήση 2-opt για βελτίωση λύσης κάθε απογόνου (100 επαναλήψεις
για κάθε απόγονο)

Εύρεση Pareto πίνακα απογόνων και επιλογή νέας βασίλισσας q

Αντικατάσταση νέας βασίλισσας στο πίνακα Queens και του κόστος
της αντίστοιχα στο πίνακα kostos

Τέλος Για

Συμπλήρωση νέου πίνακα P

Εύρεση νέων πινάκων Pareto_P και Pareto_kostos

End do

Εφαρμογή αλγόριθμου φυσαλίδας για ταξινόμηση του πίνακα Pareto_kostos κατά
αύξουσα σειρά

Σχεδιασμός διαγραμμάτων Pareto μετώπου

Υπολογισμός απόδοσης για πίνακες Pareto_kostos

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο Αποτελέσματα

3.1 Γενικές πληροφορίες

Από τον συνδυασμό των πινάκων kro προέκυψαν οι συνδυασμοί που αναφέρθηκαν και στο προηγούμενο κεφάλαιο. Από αυτούς οι δέκα αποτελούν συνδυασμούς ανά δύο και οι επόμενοι δέκα ανά τρείς, οι ακόλουθοι πέντε ανά τέσσερεις συνδυασμούς και ο τελευταίος συνδυασμός είναι ένας συνδυασμός πέντε αντικειμενικών συναρτήσεων. Σε κάθε λύση υπολογίζουμε τον συνολικό αριθμό των Pareto ατόμων (w) και την απόδοση των σημείων του πίνακα Pareto_kostos (Mk).

Παρακάτω παρατίθενται τα αποτελέσματα όλων των συνδυασμών καθώς επίσης και τα καλύτερα διαγράμματα από συνδυασμό δύο, τριών, τεσσάρων και πέντε αντικειμενικών συναρτήσεων που προέκυψαν εκτελώντας τα προγράμματα στη MATLAB.

Τα αποτελέσματα του συνδυασμού δύο αντικειμενικών συναρτήσεων παρουσιάζονται παρακάτω:

Συνδυασμοί kro	w	Mk
A-B	7	332.6549
A-C	6	354.6790
A-D	11	327.2011
A-E	3	327.1144
B-C	5	332.3575
B-D	8	327.6225
B-E	6	362.2494
C-D	5	307.1119
C-E	6	345.1848
D-E	6	346.1958

Πίνακας 26. Αποτελέσματα συνδυασμού δύο αντικειμενικών συναρτήσεων

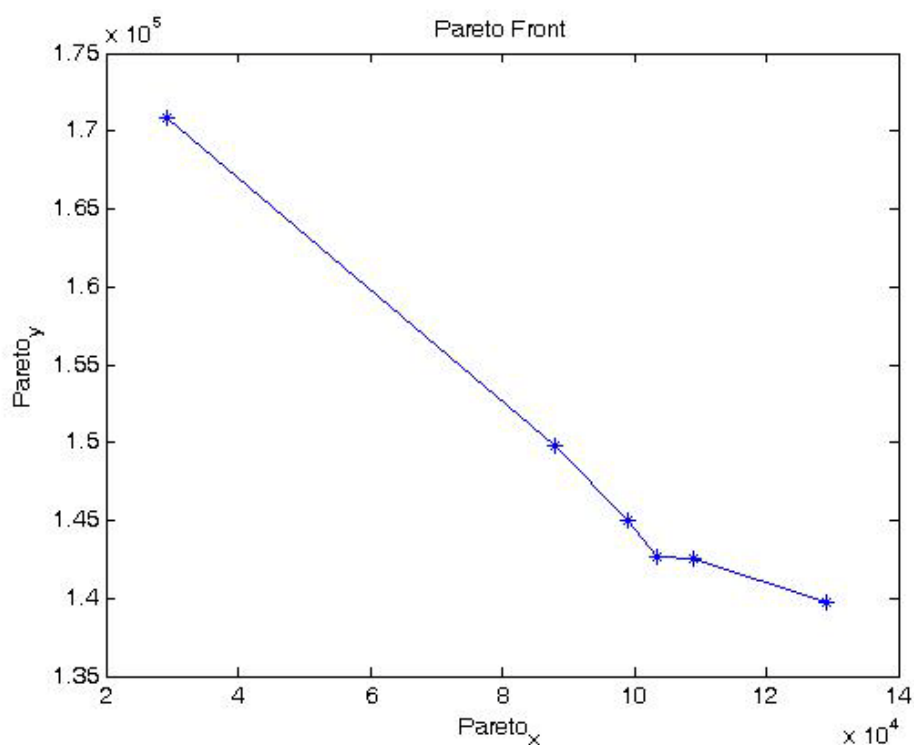
Όπως μπορεί κανείς να παρατηρήσει από τον πίνακα 26 οι τρείς καλύτεροι συνδυασμοί με τον μεγαλύτερο αριθμό λύσεων στο Pareto μέτωπο είναι: ο kroA-kroD (11 λύσεις), ο kroB-kroD (8 λύσεις) και ο kroA-kroB (7 λύσεις). Οι συνδυασμοί που έδωσαν τις καλύτερες αποδόσεις όσων αφορά το μέτρο απόδοσης κόστους Mk είναι ο kroB-kroE (362.2494), ο kroA-kroC (354.6790) και ο kroD-kroE (346.1958).

Καλύτερα διαγράμματα από συνδυασμό δύο αντικειμενικών συναρτήσεων

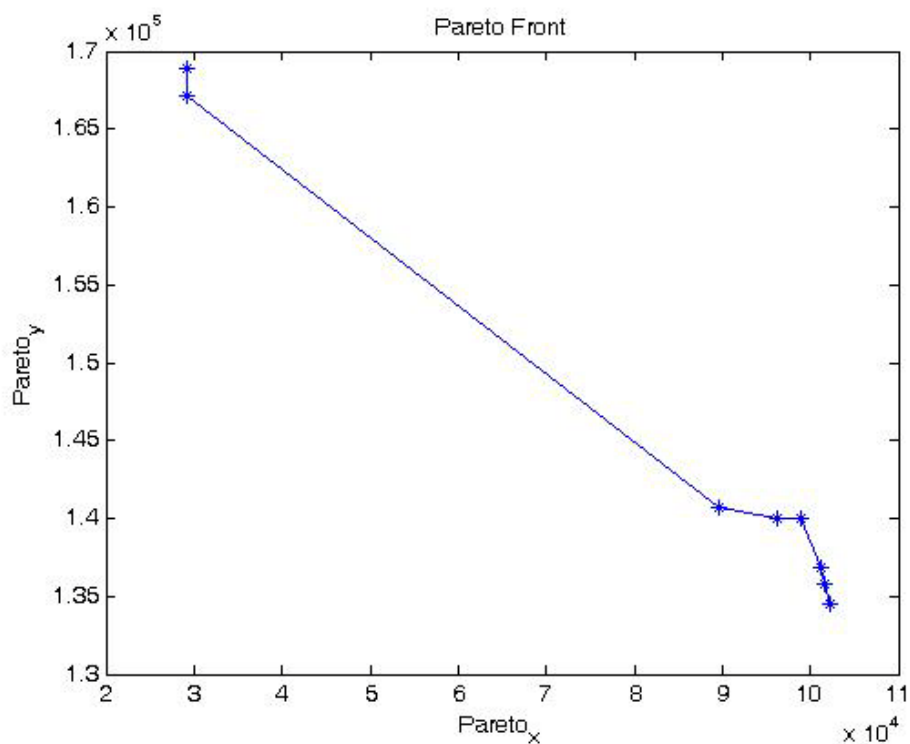
Τα κριτήρια με βάση τα οποία επιλέξαμε τα καλύτερα διαγράμματα είναι τα εξής:

- αριθμός σημείων στο διάγραμμα
- διασπορά των σημείων
- καμπυλότητα (κυρτότητα) της καμπύλης

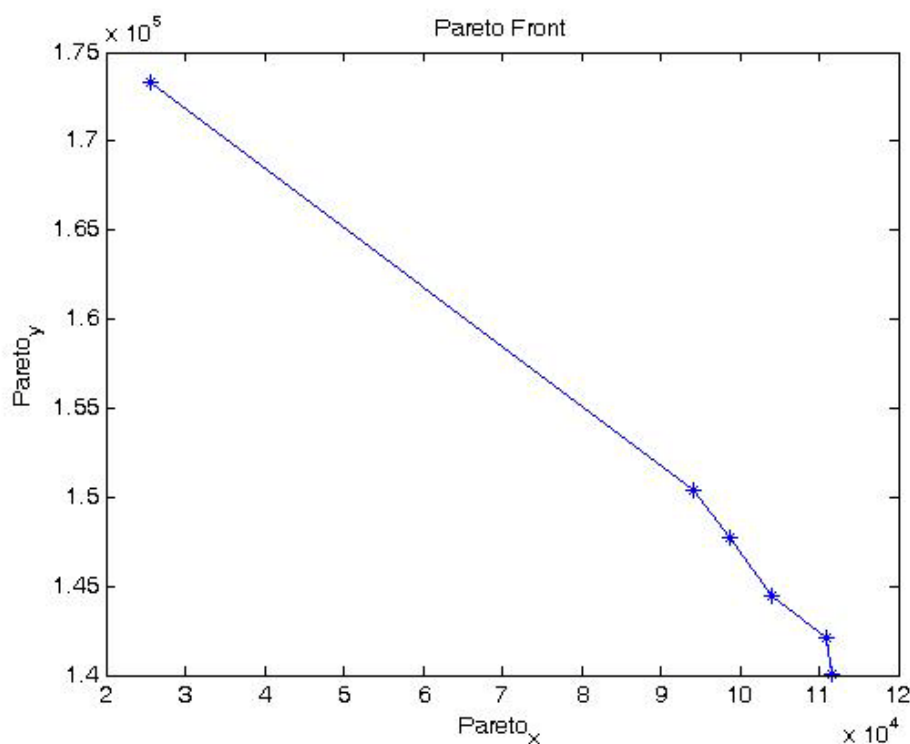
Τα καλύτερα διαγράμματα παρουσιάζονται στη συνέχεια:



Διάγραμμα 6. Συνδυασμός kroB-kroE



Διάγραμμα 7. Συνδυασμός kroB-kroD



Διάγραμμα 8. Συνδυασμός kroC-kroE

Τα αποτελέσματα του συνδυασμού τριών αντικειμενικών συναρτήσεων παρουσιάζονται παρακάτω:

Συνδυασμοί kro	w	Mk
A-B-C	9	412.7546
A-B-D	8	377.1645
A-B-E	9	429.1909
A-C-D	13	389.5122
A-C-E	9	418.1314
A-D-E	14	411.5164
B-C-D	11	433.7296
B-C-E	12	414.6366
B-D-E	6	418.6484
C-D-E	9	395.2460

Πίνακας 27. Αποτελέσματα συνδυασμού τριών αντικειμενικών συναρτήσεων

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα του πίνακα 27 οι τρεις καλύτεροι συνδυασμοί με τον μεγαλύτερο αριθμό λύσεων στο Pareto μέτωπο είναι: ο kroA-kroD-kroE (14 λύσεις), ο kroA-kroC-kroD (13 λύσεις) και ο kroB-kroC-kroE (12 λύσεις). Οι συνδυασμοί που έδωσαν τις καλύτερες αποδόσεις όσων αφορά το μέτρο απόδοσης κόστους Mk είναι ο kroB-kroC-kroD (433.7296), ο kroA-kroB-kroE (429.1909) και ο kroB-kroD-kroE (418.6484).

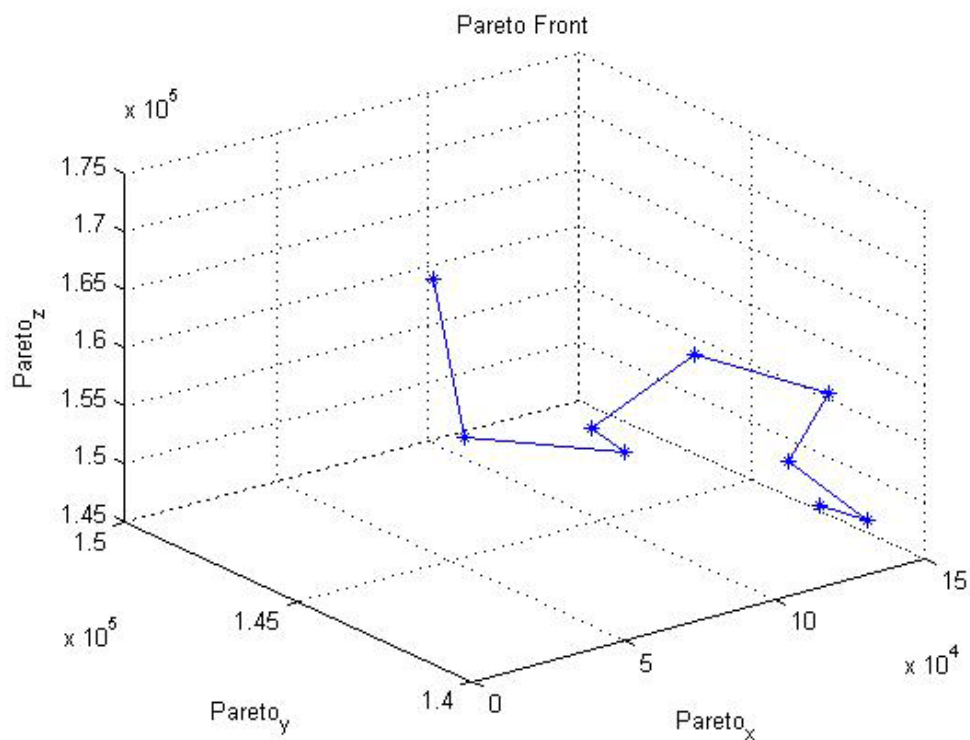
Καλύτερα διαγράμματα από συνδυασμό τριών αντικειμενικών συναρτήσεων

Τα κριτήρια με βάση τα οποία επιλέξαμε τα καλύτερα διαγράμματα είναι τα εξής:

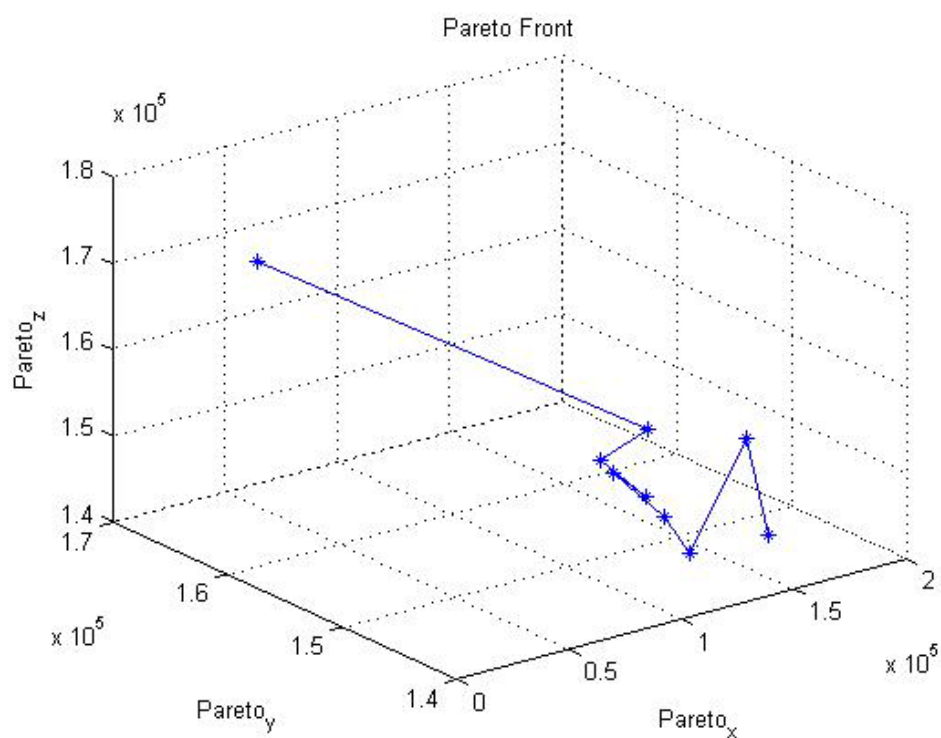
- αριθμός σημείων στο διάγραμμα
- διασπορά των σημείων
- καμπυλότητα (κυρτότητα) της καμπύλης

Παρόλα αυτά η παρατήρηση των παραπάνω χαρακτηριστικών είναι αρκετά δύσκολη σε ένα τρισδιάστατο διάγραμμα.

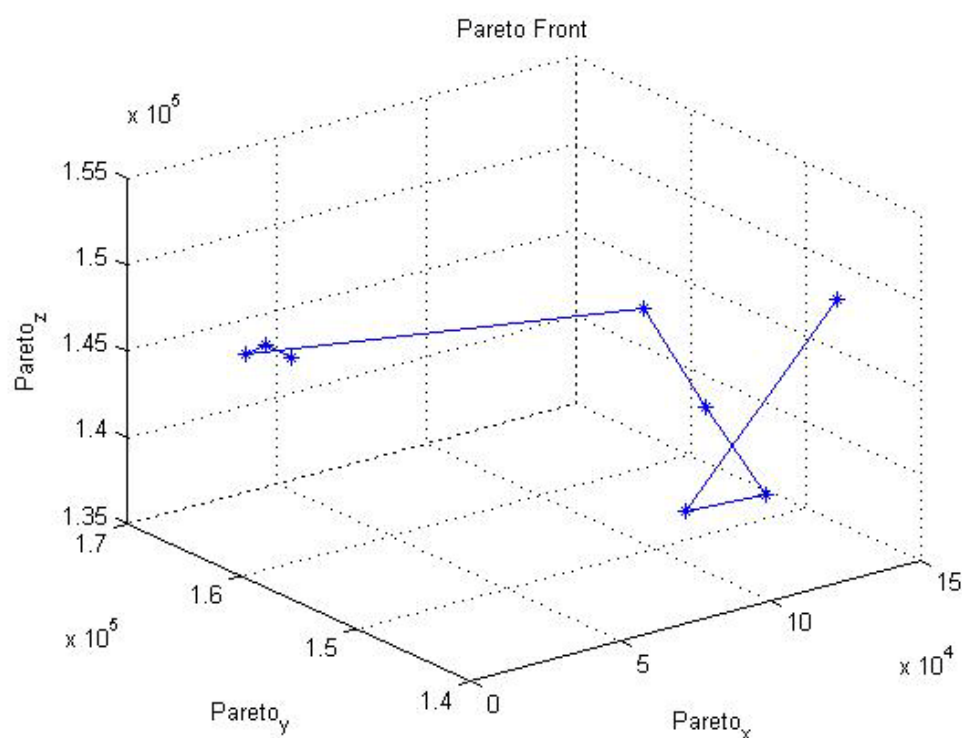
Τα καλύτερα διαγράμματα παρουσιάζονται στη συνέχεια:



Διάγραμμα 9. Συνδυασμός kroC-kroD-kroE



Διάγραμμα 10. Συνδυασμός KroA-kroB-kroE



Διάγραμμα 11. Συνδυασμός kroA-kroB-kroD

Τα αποτελέσματα του συνδυασμού τεσσάρων αντικειμενικών συναρτήσεων παρουσιάζονται παρακάτω:

Συνδυασμοί kro	w	Mk
A-B-C-D	18	444.2405
A-B-C-E	17	457.4100
A-B-D-E	18	445.1194
A-C-D-E	23	451.3549
B-C-D-E	19	447.2875

Πίνακας 28. Αποτελέσματα συνδυασμού τεσσάρων αντικειμενικών συναρτήσεων

Παρατηρώντας τα αποτελέσματα του πίνακα 28 οι δύο καλύτεροι συνδυασμοί με τον μεγαλύτερο αριθμό λύσεων στο Pareto μέτωπο είναι: ο kroA-kroC-kroD-kroE (23 λύσεις) και ο kroB-kroC-kroD-kroE (19 λύσεις). Οι συνδυασμοί που έδωσαν τις καλύτερες αποδόσεις όσων αφορά το μέτρο απόδοσης κόστους Mk είναι ο kroA-kroB-kroC-kroE (457.4100) και ο kroA-kroC-kroD-kroE (451.3549).

Τα αποτελέσματα του συνδυασμού πέντε αντικειμενικών συναρτήσεων παρουσιάζονται παρακάτω:

Συνδυασμοί kro	w	Mk
A-B-C-D-E	34	525.5695

Πίνακας 29. Αποτελέσματα συνδυασμού πέντε αντικειμενικών συναρτήσεων

Τέλος παρατηρούμε ότι για τον συνδυασμό των πέντε αντικειμενικών οι λύσεις του Pareto μετώπου ανέρχονται στις 34 με απόδοση κόστους Mk ίση με 525.5695.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο Σύγκριση με άλλους αλγορίθμους

Προκειμένου να αξιολογήσουμε καλύτερα τα αποτελέσματα του αλγορίθμου Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μελισσών θα τα συγκρίνουμε με τα αντίστοιχα αποτελέσματα δύο ακόμα αλγορίθμων, του Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης Γενετικού Αλγόριθμου II (NSGA-II) και του αλγορίθμου Διαφορικής Εξέλιξης (DE).

4.1 Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης Γενετικός Αλγόριθμος II (NSGA-II)

Ο Kalyanmou Deb σε συνεργασία με τους μαθητές του ανέπτυξαν το 2000 έναν ελιτιστικό γενετικό αλγόριθμο, που βασίζεται στην Pareto-κυριαρχία, επονομαζόμενος και NSGA-II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm). Ο αλγόριθμος αυτός δεν χρησιμοποιεί μόνο μία στρατηγική διατήρησης του κυρίαρχου συνόλου, αλλά και ένα μηχανισμό διατήρησης της ποικιλομορφίας του πληθυσμού [3].

Η διαδικασία με την οποία εκτελείται είναι η ακόλουθη:

Αρχικά παίρνουμε ένα πληθυσμό από N λύσεις που δημιουργείται με τυχαίο τρόπο. Στη συνέχεια εφαρμόζουμε crossover και mutation για την πρώτη γενιά απογόνων με τυχαία επιλογή γονέων. Για κάθε δύο γονείς δημιουργούμε δύο απογόνους, επομένως ο πληθυσμός διπλασιάζεται και γίνεται ίσος με $2 \cdot N$. Έπειτα ενώνουμε σε ένα διάνυσμα τους γονείς και τους απογόνους. Από το καινούργιο διάνυσμα βρίσκουμε τις κυρίαρχες και τις κυριαρχούμενες λύσεις.

Η διαφορά του NSGA-II από τους άλλους αλγορίθμους είναι ότι αντί να βρούμε ένα front βρίσκουμε πολλά fronts. Συγκεκριμένα βρίσκουμε το πρώτο front και το αφαιρούμε από το σύνολο των λύσεων. Έπειτα για τις υπόλοιπες λύσεις βρίσκουμε ένα καινούργιο front κτλ. Η διαδικασία σταματάει όταν όλες οι λύσεις έχουν ταξινομηθεί σε κάποιο front.

Η παραπάνω διαδικασία χρειάζεται γιατί από γενιά σε γενιά ο πληθυσμός πρέπει να παραμένει σταθερός και ίσος με N . Αν ο αρχικός πληθυσμός έχει 100 λύσεις και στο πρώτο front έχουμε πληθυσμό ίσο με 15 για να επιλέξουμε τις υπόλοιπες 85 υπολογίζουμε δύο παραμέτρους για καθεμία. Η πρώτη λέγεται rank και υποδηλώνει σε ποιο front ανήκει κάθε μέλος του πληθυσμού. Δηλαδή οι λύσεις που ανήκουν στο πρώτο front παίρνουν τιμή ίση με 1, στο δεύτερο ίση με 2, κτλ. Η δεύτερη παράμετρος λέγεται crowding distance και χρησιμοποιείται για να επιλέγονται όσο το δυνατό πιο απομακρυσμένες λύσεις για το κάθε front. Η crowding distance αναφέρεται σε λύσεις μόνο του ίδιου front και υπολογίζεται ακολουθώντας την εξής διαδικασία:

Αρχικά ταξινομούμε τις λύσεις του κάθε front ξεχωριστά. Οι δύο ακριανές λύσεις έχουν τιμή στην crowding distance ίση με άπειρο. Για κάθε ενδιάμεση λύση υπολογίζουμε την crowding distance βάσει του ακόλουθου τύπου:

$$I[i]_{distance} = I[i]_{distance} + (I[i+1] \cdot m - I[i-1] \cdot m) / (f_m^{max} - f_m^{min}) \quad (4.1)$$

όπου i είναι το μέλος του πληθυσμού, f_m^{max} είναι η μέγιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και το f_m^{min} η ελάχιστη τιμή. Το $I[i+1]$ και το $I[i-1]$ είναι η τιμή της m αντικειμενικής συνάρτησης για το $i-1$ και το $i+1$ μέλος του πληθυσμού. Για την επόμενη γενιά η επιλογή γίνεται ως εξής:

Αν το πλήθος των στοιχείων του πρώτου front είναι μικρότερο από το N επιλέγεται όλο το πρώτο front και πηγαίνουμε στο δεύτερο. Αν το άθροισμα των στοιχείων του πρώτου και του δεύτερου front είναι μικρότερο από το N πηγαίνουμε στο τρίτο κτλ. Όταν το άθροισμα των στοιχείων γίνει μεγαλύτερο από το N για το front που θα γίνει έστω 5, παίρνουμε τα στοιχεία και επιλέγουμε αυτά που έχουν τη μεγαλύτερη crowding distance μέχρι ο αριθμός να γίνει ίσος με το N . Δηλαδή αν είχαμε πληθυσμό ίσο με 100 και στα πρώτα front το άθροισμα των στοιχείων είναι ίσο με 93 και τα στοιχεία του πέμπτου front είναι 15, τότε κάνουμε μία ταξινόμηση των 15 στοιχείων βάσει του crowding distance και επιλέγουμε τα 7 πρώτα για να συμπληρωθεί ο αριθμός 100.

Ο NSGA-II χρησιμοποιεί πάντα για την επιλογή των γονέων binary tournament selection. Στο tournament selection επιλέγεται μία ομάδα από μέλη του πληθυσμού και το καλύτερο από αυτά επιλέγεται σαν πρώτος γονέας για το crossover και σαν μοναδικός γονέας για το mutation. Για το δεύτερο γονέα στο crossover ξανακαλούμε τη διαδικασία του tournament selection με την ίδια λογική. Στη περίπτωση του binary tournament selection επιλέγονται δύο μέλη του πληθυσμού και ο καλύτερος από τους δύο επιλέγεται για γονέας. Σε ένα multiobjective πρόβλημα αυτό που κάνει ο NSGA-II για να βρεθεί ο καλύτερος είναι η ακόλουθη διαδικασία:

Αρχικά επιλέγουμε τυχαία δύο λύσεις και η καλύτερη από αυτές είναι ο γονέας. Αν οι δύο λύσεις βρίσκονται σε διαφορετικά front τότε η καλύτερη είναι αυτή που βρίσκεται στο μικρότερο σε αριθμό front. Δηλαδή αν η μία λύση είναι στο 1 και η άλλη είναι στο 3 τότε επιλέγεται σαν καλύτερη αυτή που είναι στο 1. Αν τώρα είναι στο ίδιο front τότε επιλέγεται αυτή που έχει το μεγαλύτερο crowding distance.

4.1.1 Περιγραφή αλγορίθμου

Η διαδικασία εκτέλεσης του αλγορίθμου περιγράφεται στην συνέχεια:

Αρχικά δημιουργούμε 100 αρχικές λύσεις και τις αποθηκεύουμε στον πίνακα κομνοί όπως ακριβώς κάναμε και στον αλγόριθμο Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μελισσών.

Κατάσταση 0

Για να υπολογίσουμε τον πίνακα s , διαιρέσαμε το κάθε στοιχείο του πίνακα κομνοί με το μεγαλύτερο στοιχείο της γραμμής στην οποία βρίσκεται. Με τη διαίρεση που κάναμε μετατρέψαμε τον πίνακα κομνοί από το διακριτό στο συνεχή

χώρο (πίνακα s). Τον πίνακα s που βρήκαμε τον αποθηκεύσαμε σε ένα πίνακα P και τον πίνακα $kostos$ σε ένα πίνακα $veltisto_kostos$. Το P είναι ένας πίνακας στον οποίο αποθηκεύουμε τα καλύτερα άτομα (αυτά που έχουν το ελάχιστο κόστος) όλων των προηγούμενων επαναλήψεων και το $veltisto_kostos$ ο πίνακας που αποθηκεύουμε τα αντίστοιχα κόστη των βέλτιστων αυτών ατόμων. Τους πίνακες s και $kostos$ τους αποθηκεύσαμε επειδή είναι τα βέλτιστα αφού δεν έχει γίνει κάποια επανάληψη.

Συγκρίνοντας τα στοιχεία κάθε γραμμής (ατόμου) στον πίνακα $veltisto_kostos$ με τα στοιχεία όλων των άλλων γραμμών βρήκαμε τα κυρίαρχα στοιχεία Pareto του πίνακα P και τα αποθηκεύσαμε στον πίνακα $Pareto_P$ καθώς και τα αντίστοιχα κόστη των κυρίαρχων αυτών στοιχείων του πίνακα $veltisto_kostos$ τα αποθηκεύσαμε στον πίνακα $Pareto_kostos$.

Επαναλήψεις

Αρχικά ταξινομούμε κάθε γραμμή του πίνακα s βάσει των μεταβλητών $rank$ και I . Αυτό γίνεται με τα εξής βήματα:

Δημιουργούμε τον πίνακα $rank$ και ταξινομούμε τον πίνακα s και $kostos$ με βάση τον $rank$ με τη μέθοδο της φυσαλίδας (από το Pareto μέτωπο που έχει το μικρότερο αριθμό ($rank=1$) ως το Pareto μέτωπο με το μεγαλύτερο αριθμό ($rank=τελευταίο$)). Έπειτα σχηματίζουμε τον πίνακα I . Για κάθε Pareto μέτωπο το πρώτο και το τελευταίο στοιχείο έχουν άπειρες τιμές της απόστασης I ενώ οι ενδιάμεσες τιμές κάθε Pareto μετώπου υπολογίζονται από τον τύπο που αναφέρθηκε προηγουμένως (παράγραφος 4.1).

Στη συνέχεια ταξινομούμε το κάθε τμήμα του πίνακα I (κάθε τμήμα αντιστοιχεί σε ένα Pareto μέτωπο του πίνακα $rank$) με βάση τον αλγόριθμο της φυσαλίδας (από το μεγαλύτερο στο μικρότερο χωρίς να περιλαμβάνονται οι άπειρες τιμές) με ταυτόχρονη αλλαγή των $s(i)$ και $kostos(i)$ αντίστοιχα.

Αφού έχουμε ταξινομήσει τον πίνακα s βάσει των πινάκων $rank$ και I πρέπει έπειτα να επιλέξουμε δύο γονείς από τον πίνακα s . Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται 50 φορές ώστε να δημιουργήσουμε 100 απογόνους. Αυτό γίνεται με τον ακόλουθο τρόπο:

Επιλέγουμε για κάθε γονέα δύο τυχαίες λύσεις και από αυτές προτιμούμε εκείνη που βρίσκεται σε καλύτερη σειρά κατάταξης. Αφού έχουμε επιλέξει τους γονείς χρησιμοποιούμε τους παρακάτω τύπους για να δημιουργήσουμε δύο απογόνους ($O1$, $O2$) για κάθε ζεύγος γονέων.

$$O1 = (1 - g) * goneas1(j) + g * goneas2(j) \quad (4.2)$$

$$O2 = g * goneas1(j) + (1 - g) * goneas2(j) \quad (4.3)$$

Μόλις γεμίσουμε τον πίνακα $arogono$ με 100 λύσεις τις αποθηκεύουμε στον πίνακα $komnoi_ar$ μετατρέποντάς τις από συνεχείς τιμές σε διακριτές. Στη συνέχεια για κάθε απόγονο του πίνακα $komnoi$ υπολογίζουμε τα κόστη και τα αποθηκεύουμε στον πίνακα $kostos_ar$.

Αφού σχεδιάσαμε τον πίνακα $komnoi$ στη συνέχεια συμπληρώνουμε τον πίνακα $kostos_ar$ βρίσκοντας τα κόστη μετάβασης μεταξύ των κόμβων

λαμβάνοντας υπόψη τους πίνακες κόστους Ca και Cb τα οποία και αθροίζουμε για καθένα άτομο.

Στη συνέχεια ενώνουμε τον πίνακα s και αρογοποι σε ένα ενιαίο πίνακα s και τους πίνακες $kostos$ και $kostos_ar$ σε ένα ενιαίο πίνακα $kostos$. Ταξινομούμε τους παραπάνω ενιαίους πίνακες s και $kostos$ με τη μέθοδο που περιγράψαμε προηγουμένως ($rank$ και I). Μετά δημιουργούμε τον πίνακα κομνοί με βάση τον ταξινομημένο ενιαίο πίνακα s (χρησιμοποιούμε τις 100 πρώτες λύσεις του πίνακα s που θα αποτελέσουν και τους 100 γονείς για επόμενη επανάληψη) με τρόπο που έχει αναφερθεί προηγουμένως και υπολογίζουμε τα κόστη για κάθε λύση του πίνακα κομνοί.

Επειδή θέλουμε να βελτιώσουμε τη λύση κάθε ατόμου που βρίσκουμε ξαναχρησιμοποιούμε τη μέθοδο 2-opt για 100 επαναλήψεις, με τον ίδιο τρόπο που έχουμε αναφέρει σε προηγούμενο βήμα για βελτίωση της λύσης του κάθε ατόμου σε κάθε επανάληψη.

Οι διαδρομές για καθένα άτομο στον πίνακα κομνοί αλλάζουν και ταυτόχρονα οι ίδιες αλλαγές γίνονται και στον πίνακα s (θα τον χρησιμοποιήσουμε παρακάτω για να κάνουμε σύγκριση και εναλλαγή αν χρειάζεται με τα αντίστοιχα άτομα του πίνακα P). Αν η νέα ταξινόμηση που θα προκύψει μετά την μέθοδο 2-opt δίνει σε κάποια άτομα μικρότερο κόστος από το ήδη υπάρχον κόστος που προκύπτει από τον πίνακα κομνοί, αντικαθιστώ τη διαδρομή αυτών των ατόμων στον πίνακα κομνοί και s καθώς και τα νέα κόστη που προκύπτουν, στον πίνακα $kostos$ (και για Ca και για Cb). Αλλιώς κρατάω τις τιμές που είχα ήδη για τα συγκεκριμένα άτομα.

Συμπλήρωση νέου πίνακα P

Αφού δημιουργήθηκαν οι πίνακες s , κομνοί και $kostos$ μετά την εφαρμογή της μεθόδου 2-opt έστω για μία τυχαία επανάληψη i στη συνέχεια συγκρίνουμε τα κόστη καθενός ατόμου με τα κόστη του αντίστοιχου ατόμου του πίνακα $veltisto_kostos$ της επανάληψης $i-1$. Αν κάποια κόστη για την επανάληψη i είναι μικρότερα ή ίσα από τα αντίστοιχα κόστη που βρίσκονται στον πίνακα $veltisto_kostos$ της επανάληψης $i-1$ τότε αντικαθιστούμε τα περιεχόμενα των κελιών του πίνακα s της επανάληψης i για τα άτομα με τα μικρότερα κόστη στα αντίστοιχα κελιά του πίνακα $P(i-1)$. Όμοια κάνουμε και για τα κόστη, όπου αντικαθιστούμε τα περιεχόμενα των κελιών του πίνακα $kostos$ της επανάληψης i στα αντίστοιχα κελιά του πίνακα $veltisto_kostos(i-1)$. Με αυτό τον τρόπο προκύπτει ο πίνακας P και ο πίνακας $veltisto_kostos$ για την επανάληψη i .

Δημιουργία πίνακα $Pareto_P$ και $Pareto_kostos$ για επανάληψη i

Αρχικά δημιουργήσαμε τον πίνακα $Pareto_kostos$ για κάθε επανάληψη i . Για να δημιουργήσουμε αυτό τον πίνακα τοποθετήσαμε σε ένα πίνακα τους πίνακες $veltisto_kostos$ της επανάληψης i και τον πίνακα $Pareto_kostos$ της επανάληψης $i-1$ τους οποίους και συγκρίναμε μεταξύ τους. Συγκρίναμε τα κόστη των ατόμων του

ενός πίνακα με τα κόστη του άλλου πίνακα (με τον ίδιο τρόπο όπως σε προηγούμενο βήμα). Όσα κόστη κυριαρχούνταν διαγράφονται και παραμένουν στο τέλος τα βέλτιστα κόστη στον πίνακα $Pareto_kostos(i)$ και τα βέλτιστα άτομα στον πίνακα $Pareto_P(i)$ τα οποία είναι τα άτομα που έχουν τα αντίστοιχα βέλτιστα κόστη στον πίνακα $Pareto_kostos(i)$.

Αποθηκεύουμε στη συνέχεια τον αριθμό του συνόλου των ατόμων του πίνακα $Pareto_P$ σε μια μεταβλητή w . Αφού τελειώσουν οι επαναλήψεις μετατρέπουμε τον τελικό πίνακα $Pareto_P$ σε πίνακα $Pareto_komnoi$ (με τον ίδιο τρόπο που μετατρέψαμε παραπάνω τον πίνακα s).

Στο σημείο αυτό απεικονίσαμε τα διαγράμματα Pareto front για όλες τις παραλλαγές των kro και υπολογίσαμε την απόδοση για τον πίνακα $Pareto_kostos$ με βάση τον ακόλουθο τύπο:

$$M_k = \sqrt{\sum_{i=1}^2 \max_{p', q' \in Pareto_kostos} \|p'_i - q'_i\|^2} \quad (4.4)$$

όπου M_k είναι η απόδοση για τον πίνακα $Pareto_kostos$.

4.1.2 Ψευδοκώδικας

Ο Ψευδοκώδικας που θα μπορούσαμε να προτείνουμε για δύο αντικειμενικές συναρτήσεις είναι ο ακόλουθος:

Διάβασμα συντεταγμένων x και y από αρχείο excel

Γέμισμα πίνακα κόστους 1 (Ca)

Γέμισμα πίνακα κόστους 2 (Cb)

Εφαρμογή μεθόδου πλησιέστερου γείτονα για παραγωγή του πρώτου ατόμου

Εφαρμογή μεθόδου 2-opt για παραγωγή των πρώτων μισών ατόμων

Εφαρμογή random μεθόδου για παραγωγή των υπόλοιπων μισών ατόμων

Μετατροπή από διακριτές τιμές ($komnoi$) σε συνεχείς τιμές (s)

Αποθήκευση στον πίνακα P τον πίνακα s και στον πίνακα $veltisto_kostos$ τον πίνακα $kostos$

Δημιουργία των πινάκων $Pareto_P$ και $Pareto_kostos$

Do until δεν έχει φτάσει ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων :

Ταξινόμηση των s και $kostos$ βάσει των $rank$ και I

Do while να σχηματιστούν 100 απόγονοι

 Παραγωγή δύο γονέων

 Παραγωγή δύο απογόνων για κάθε ζεύγος γονέων

End do

Μετατροπή του πίνακα $arogono$ από συνεχείς σε διακριτές τιμές ($komnoi_ar$)

Υπολογισμός του κόστους για κάθε απόγονο ($kostos_ar$)

Ένωση του s και αρογοποι σε ένα ενιαίο πίνακα s και των $kostos$ και $kostos_ar$ σε ένα ενιαίο πίνακα $kostos$
Ταξινόμηση των νέων πινάκων s και $kostos$ βάσει των $rank$ και I
Χρησιμοποίηση των 100 πρώτων στοιχείων του πίνακα s
Μετατροπή του νέου πίνακα s από συνεχείς σε διακριτές τιμές ($komnoi$)
Υπολογισμός του κόστους για κάθε άτομο του νέου πίνακα s
Εφαρμογή μεθόδου 2-opt για βελτίωση της λύσης κάθε ατόμου (100 επαναλήψεις)
Αντικατάσταση χειρότερων αντισωμάτων του P με τα καλύτερα αντισώματα του s
Υπολογισμός του πίνακα $Pareto_P$, $Pareto_kostos$, του αριθμού των βέλτιστων ατόμων w

End do

Μετατροπή του πίνακα $Pareto_P$ από συνεχείς τιμές σε διακριτές ($Pareto_komnoi$)
Εφαρμογή αλγόριθμου φυσαλίδας για ταξινόμηση του πίνακα $Pareto_kostos$ κατά αύξουσα σειρά
Σχεδιασμός διαγραμμάτων $Pareto$ μετώπου
Υπολογισμός απόδοσης για πίνακες $Pareto_kostos$

4.2 Αλγόριθμος Διαφορικής Εξέλιξης (DE)

Ο παρακάτω αλγόριθμος είναι επέκταση της προπτυχιακής διπλωματικής με τίτλο «Επίλυση του προβλήματος πλανόδιου πωλητή με πολλαπλές αντικειμενικές συναρτήσεις με χρήση του Αλγορίθμου Διαφορικής Εξέλιξης» του Ψύχα Ηρακλή-Δημήτριου [8]. Για τον παραπάνω λόγο η αναφορά στην διαδικασία επίλυσης είναι αισθητά μικρότερη από την ανάλυση των προηγούμενων αλγορίθμων. Στην προπτυχιακή αυτή διπλωματική επιλύεται το ίδιο πρόβλημα που επιλύεται και στην παρούσα διατριβή αλλά για συνδυασμούς μέχρι και τριών αντικειμενικών συναρτήσεων. Στην περίπτωσή μας το πρόβλημα χρειάστηκε να επιλυθεί και για συνδυασμούς τεσσάρων και πέντε αντικειμενικών συναρτήσεων.

Η **Διαφορική Εξέλιξη** είναι ένας στοχαστικός αλγόριθμος και προτάθηκε από τους Storn και Price. Για να εφαρμοστεί η διαφορική εξέλιξη θα πρέπει να έχουμε κωδικοποιήσει τις λύσεις με αναπαράσταση πραγματικού αριθμού ώστε να μπορούν να εφαρμοστούν οι τελεστές μετάλλαξης που θα περιγραφούν παρακάτω. Στους εξελικτικούς αλγορίθμους όταν χρησιμοποιείται ο τελεστής διασταύρωσης αρχικά εφαρμόζεται πάνω σε δύο ή περισσότερους γονείς και στην συνέχεια στον απόγονο ή στους απογόνους που θα δημιουργηθούν εφαρμόζεται ένας τελεστής μετάλλαξης ο οποίος συνήθως μετακινεί την λύση από ένα σημείο σε κάποιο άλλο με την χρήση κάποιου βήματος που στηρίζεται σε κάποια κατανομή πιθανότητας.

Ο τελεστής μετάλλαξης παράγει ένα δοκιμαστικό διάνυσμα για κάθε μέλος του πληθυσμού με μετάλλαξη ενός διανύσματος στόχου στο οποίο προστίθεται η διαφορά ανάμεσα στις τιμές των γονιδίων δύο ή περισσότερων ατόμων του πληθυσμού πολλαπλασιασμένων με κάποιο βάρος. Το δοκιμαστικό διάνυσμα τότε

θα χρησιμοποιηθεί από τον τελεστή διασταύρωσης για να δημιουργηθεί ο απόγονος: Για κάθε γονέα $x_i(t)$, το δοκιμαστικό διάνυσμα $u_i(t)$ δημιουργείται ως εξής: Ένα διάνυσμα στόχου κάποιο άλλο μέλος του πληθυσμού, $x_{i_1}(t)$, επιλέγεται από τον πληθυσμό έτσι ώστε $i \neq i_1$. Επίσης, δύο άλλα μέλη του πληθυσμού x_{i_2} και x_{i_3} , επιλέγονται τυχαία από τον πληθυσμό τέτοια ώστε $i \neq i_1 \neq i_2 \neq i_3$. Χρησιμοποιώντας τα επιλεγμένα, το δοκιμαστικό διάνυσμα υπολογίζεται με αντιμετάθεση των στοιχείων του διανύσματος στόχου ως ακολούθως:

$$u_i(t) = x_{i_1}(t) + \beta (x_{i_2}(t) - x_{i_3}(t)) \quad (4.5)$$

όπου το $\beta \in (0, \infty)$ είναι ένας παράγοντας κανονικοποίησης. Το πάνω όριο του είναι συνήθως η τιμή 1 γιατί έχει αποδειχθεί ότι αν το $\beta > 1$ δεν υπάρχει μεγάλη έως καθόλου βελτίωση των λύσεων.

Το διάνυσμα βάσης x_{i_1} μπορεί να υπολογιστεί με διαφορετικούς τρόπους. Μπορεί να είναι το καλύτερο μέλος του πληθυσμού ή ένα τυχαίο μέλος. Τα διανύσματα x_{i_2} και x_{i_3} επιλέγονται συνήθως τυχαία. Οι γονείς x_i του τύπου 4.5 στην συγκεκριμένη εργασία θα μπορούν να υπολογιστούν με τρεις διαφορετικές μεθόδους. Στην πρώτη μέθοδο το x_{i_1} θα είναι το βέλτιστο άτομο που βρέθηκε από τον πίνακα Pareto των βέλτιστων ατόμων που έχουν επιλεγεί μέχρι την επανάληψη που εξετάζουμε (επανάληψη t). Το x_{i_2} και x_{i_3} θα έχουν τυχαία τιμή από τον πίνακα ατόμων απογόνων της προηγούμενης επανάληψης ($t-1$) που στην προκειμένη περίπτωση (επανάληψη t) αποτελούν τους γονείς. Στην δεύτερη μέθοδο το x_{i_1} είναι τυχαίο από τον πίνακα γονέων που προέκυψε από την επανάληψη $t-1$ και τα x_{i_2} και x_{i_3} είναι τυχαία άτομα από τον πίνακα Pareto των βέλτιστων ατόμων που έχουν επιλεγεί μέχρι την επανάληψη t . Στην τρίτη μέθοδο το x_{i_1} θα είναι το βέλτιστο άτομο που βρέθηκε από τον πίνακα Pareto ενώ τα x_{i_2} και x_{i_3} θα είναι τυχαία από τον πίνακα Pareto.

Μετά την ολοκλήρωση της φάσης της μετάλλαξης εφαρμόζεται ένας τελεστής διασταύρωσης. Στις πρώτες εφαρμογές που εμφανίστηκαν με την μέθοδο DE, η συνάρτηση ποιότητας του δοκιμαστικού διανύσματος και του γονέα συγκρίνονταν και αυτό που είχε την καλύτερη τιμή επιλεγόταν για την επόμενη γενιά. Στη συνέχεια για να βελτιωθεί η αποδοτικότητα της μεθόδου χρησιμοποιείται ένας τελεστής διασταύρωσης που ονομάζεται διωνυμικός τελεστής διασταύρωσης (binomial crossover) ή ομοιόμορφος τελεστής διασταύρωσης (uniform crossover). Σε αυτό τον τελεστή τα γονίδια επιλέγονται τυχαία από το δοκιμαστικό διάνυσμα και από τον γονέα. Αρχικά επιλέγεται μια παράμετρος για τον τελεστή διασταύρωσης (Cr) η οποία ελέγχει την αναλογία των γονιδίων που θα επιλεγούν από το δοκιμαστικό διάνυσμα. Η τιμή του Cr συγκρίνεται με ένα τυχαίο αριθμό στο διάστημα $rand_i(0,1)$. Εάν ο τυχαίος αριθμός είναι μικρότερος ή ίσος με το Cr , η τιμή του γονιδίου του απογόνου κληρονομείται από το δοκιμαστικό διάνυσμα, αλλιώς επιλέγεται από τον γονέα :

$$x'_i(t) = \begin{cases} u_i(t), & \text{εάν } rand(0,1) \leq Cr \\ x_i(t), & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (4.6)$$

Έτσι εάν η τιμή της παραμέτρου Cr είναι κοντά ή ίση με 1, τότε, τα περισσότερα (ή όλα αν είναι ίση με 1) γονίδια του απογόνου έχουν κληρονομηθεί από το δοκιμαστικό διάνυσμα αλλιώς αν είναι κοντά στο μηδέν τότε όλα τα γονίδια κληρονομούνται από τον γονέα.

Μετά τον τελεστή διασταύρωσης, η συνάρτηση ποιότητας του απογόνου $x'_i(t)$ υπολογίζεται και εάν είναι καλύτερο από την συνάρτηση καταλληλότητας του γονέα τότε επιλέγεται για την επόμενη γενιά αλλιώς ο γονέας επιβιώνει για μια ακόμα γενιά [4].

4.2.1 Περιγραφή αλγορίθμου

Αρχικά δημιουργούμε 100 αρχικές λύσεις και τις αποθηκεύουμε στον πίνακα κομνοί όπως ακριβώς κάναμε και στον αλγόριθμο Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μελισσών.

Στη συνέχεια δημιουργούμε ένα πίνακα x στον οποίο αποθηκεύουμε τις τιμές του πίνακα κομνοί αφού τις έχουμε μετατρέψει από διακριτές σε συνεχείς με την μέθοδο που χρησιμοποιήσαμε και στον αλγόριθμο Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μελισσών. Έπειτα δημιουργούμε τον πίνακα P που περιέχει τα καλύτερα άτομα όλων των προηγούμενων επαναλήψεων και τον πίνακα $veltisto_kostos$ ο οποίος περιλαμβάνει τα αντίστοιχα κόστη των ατόμων του πίνακα P . Αμέσως μετά δημιουργούμε τον πίνακα $Pareto_P$ που περιέχει τις διαδρομές των κυρίαρχων ατόμων του πίνακα P και τον αντίστοιχο πίνακα κόστους $Pareto_kostos$. Αφού δημιουργήσουμε τους δύο πίνακες $Pareto$ αποθηκεύουμε τυχαία σε μια μεταβλητή g το νούμερο (σειρά) από ένα από τα $Pareto$ άτομα των πινάκων $Pareto$ και σε μια μεταβλητή w τον συνολικό αριθμό ατόμων $Pareto$.

ΕΠΑΝΑΛΗΨΕΙΣ DE

Σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου γίνονται με τη σειρά οι διαδικασίες που ακολουθούν:

Επιλογή μεθόδου υπολογισμού δοκιμαστικού διανύσματος u

Όπως αναφέραμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο ο τύπος του δοκιμαστικού διανύσματος u για μια επανάληψη t είναι ο ακόλουθος:

$$u_i(t) = x_{i_1}(t) + \beta (x_{i_2}(t) - x_{i_3}(t)) \quad (4.7)$$

Όπου x_i τα άτομα και $i \neq i_1 \neq i_2 \neq i_3$. Προκειμένου να παράγουμε τα επόμενα άτομα των επαναλήψεων μας λαμβάνοντας υπόψη τις λύσεις των προηγούμενων,

κάθε φορά, ατόμων Pareto και προσπαθώντας να δημιουργήσουμε τουλάχιστον τρεις διαφορετικές μεθόδους σχηματισμού του u ώστε να έχουμε όσο το δυνατό περισσότερες διαφορετικές λύσεις στο αρχείο μας, καταλήξαμε στις παρακάτω μεθόδους:

1^η Μέθοδος

$$u_i(t) = \text{Pareto_}P_g(t-1) + \beta(P_{i1}(t-1) - P_{i2}(t-1)) \quad (4.8)$$

Όπου $i \neq i_1 \neq i_2 \neq g$, με i_1 και i_2 τυχαίοι ακέραιοι $\in [1,100]$ και $\beta = 0.5$.

2^η Μέθοδος

$$u_i(t) = P_{i1}(t-1) + \beta(\text{Pareto_}P_{i2}(t-1) - \text{Pareto_}P_{i3}(t-1)) \quad (4.9)$$

Όπου $i \neq i_1 \neq i_2 \neq i_3$, με i_1 τυχαίοι ακέραιοι $\in [1,100]$, και i_2 και i_3 τυχαίοι ακέραιοι $\in [1,w]$ και $\beta = 0.5$.

3^η Μέθοδος

$$u_i(t) = \text{Pareto_}P_g(t-1) + \beta(\text{Pareto_}P_{i1}(t-1) - \text{Pareto_}P_{i2}(t-1)) \quad (4.10)$$

Όπου $i \neq i_1 \neq i_2 \neq g$, με i_1 και i_2 τυχαίοι ακέραιοι $\in [1,w]$ και $\beta = 0.5$.

Όπως φάνηκε στις παραπάνω μεθόδους στον τύπο του u_i χρησιμοποιούνται μόνο στοιχεία από τους πίνακες P και $\text{Pareto_}P$ αντί για τον πίνακα x . Αυτό γίνεται διότι είναι προτιμότερο να αξιοποιούμε τα νέα βέλτιστα δεδομένα κάθε επανάληψης παρά τα δεδομένα του πίνακα x που παράγεται κάθε φορά ο οποίος δεν είναι ποτέ σίγουρο πως έχει παράγει βελτιωμένα αποτελέσματα σε κάθε επανάληψη.

Πρέπει να τονίσουμε ότι σε αυτές τις διαδικασίες επίλυσης δεν θα χρησιμοποιηθεί τελεστής διασταύρωσης C_r , δηλαδή θα θεωρήσουμε $C_r = 1$. Με τον τρόπο αυτό όποιος νέος πίνακας $u(t)$ παράγεται θεωρείται άμεσα ότι το περιεχόμενο του αποτελεί την επόμενη γενιά του $x(t-1)$ και αμέσως μετατρέπεται σε $x(t)$.

Στη συνέχεια πρέπει να μετατρέψουμε τις συνεχείς τιμές του πίνακα x σε διακριτές και να τις αποθηκεύσουμε στο νέο μας πίνακα κομνοί. Έπειτα με το ενδεχόμενο πιθανής βελτίωσης των αποτελεσμάτων εφαρμόζουμε 100 επαναλήψεις της μεθόδου 2-opt στους πίνακες x και κομνοί ταυτόχρονα και καταλήγουμε σε νέους πίνακες x , κομνοί και kostos (αν υπάρχουν βελτιώσεις από τη 2-opt, αλλιώς κρατάμε αυτούς που προέκυψαν από το προηγούμενο βήμα). Στο σημείο αυτό θα πρέπει να συγκρίνουμε τα κόστη ($\text{kostos}(t)$) από τα νέα άτομα που είναι αποθηκευμένα στον πίνακα $x(t)$ με τα κόστη που βρίσκονται στον πίνακα $\text{veltisto_kostos}(t-1)$. Αν για κάποιο άτομο το κόστος του στον πίνακα $\text{kostos}(t)$ είναι

μικρότερο ή ίσο από το αντίστοιχο στον πίνακα $veltisto_kostos(t-1)$ τότε αντικαθιστούμε και αποθηκεύουμε τις τιμές που είχε αυτό το άτομο στον πίνακα $P(t-1)$ με τις τιμές που έχει στο $x(t)$. Το ίδιο ακριβώς κάνουμε και για τις αντίστοιχες τιμές του στον πίνακα $veltisto_kostos(t-1)$. Έτσι δημιουργήσαμε τους πίνακες P και $veltisto_kostos$ για την τρέχουσα επανάληψη t .

Στο τέλος κάθε επανάληψης t θα πρέπει να υπολογίσουμε το νέο μας πίνακα $Pareto_P(t)$ και τον πίνακα $Pareto_kostos(t)$. Αφού υπολογίσουμε τους πίνακες $Pareto_P$ και $Pareto_kostos$ κρατάμε τυχαία σε μια μεταβλητή g τον αριθμό (κατάταξη) ενός ατόμου του πίνακα $Pareto_P$ και σε μια μεταβλητή w το σύνολο των ατόμων $Pareto$. Τέλος όταν τελειώσουν οι επαναλήψεις μετατρέπουμε τον τελικό πίνακα $Pareto_P$ σε πίνακα $Pareto_komnoi$ όπως κάναμε παραπάνω με τον x .

Τέλος απεικονίσαμε τα διαγράμματα $Pareto$ front για όλες τις παραλλαγές των kro και υπολογίσαμε την απόδοση για τον πίνακα $Pareto$ $kostos$ με βάση τον ακόλουθο τύπο:

$$M_k = \sqrt{\sum_{i=1}^2 \max_{p_i} \|p'_i - q'_i\|; p', q' \in Pareto\ kostos} \quad (4.11)$$

όπου M_k είναι η απόδοση για τον πίνακα $Pareto$ $kostos$.

4.2.2 Ψευδοκώδικας

Ο Ψευδοκώδικας που θα μπορούσαμε να προτείνουμε για δύο αντικειμενικές συναρτήσεις είναι ο ακόλουθος:

Επιλογή αριθμού μεθόδου
Επιλογή αριθμού κόμβων
Διάβασμα συντεταγμένων x και y από αρχείο excel
Γέμισμα πίνακα κόστους 1 (Ca)
Γέμισμα πίνακα κόστους 2 (Cb)
Εφαρμογή μεθόδου πλησιέστερου γείτονα για παραγωγή του πρώτου ατόμου
Εφαρμογή μεθόδου 2-opt για παραγωγή των πρώτων μισών ατόμων
Εφαρμογή random μεθόδου για παραγωγή των υπόλοιπων μισών ατόμων
Αρχικοποίηση του πίνακα γονέων x
Αποθήκευση στον πίνακα P τον πίνακα x και στον πίνακα $veltisto_kostos$ τον πίνακα $kostos$
Υπολογισμός του πίνακα $Pareto_P$, $Pareto_kostos$, του βέλτιστου ατόμου g ολόκληρου του πληθυσμού και του αριθμού των βέλτιστων ατόμων w
Do until δεν έχει φτάσει ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων :
 Υπολογισμός του δοκιμαστικού διανύσματος με κάποια από τις τρεις μεθόδους
 Μετατροπή του δοκιμαστικού διανύσματος σε πίνακα γονέων x
 Δημιουργία του πίνακα κόμβων ($komnoi$) με βάση το νέο πίνακα γονέων x

Δημιουργία του πίνακα κόστους (kosten) από τον πίνακα κόμβων
Εφαρμογή μεθόδου 2-opt για βελτίωση της λύσης κάθε ατόμου
Αντικατάσταση χειρότερων ατόμων του P με τα καλύτερα άτομα του x
Υπολογισμός του πίνακα Pareto_P, Pareto_kosten, του βέλτιστου ατόμου g
ολόκληρου του πληθυσμού και του αριθμού των βέλτιστων ατόμων w

End do

Εφαρμογή αλγορίθμου φυσαλίδας για ταξινόμηση του πίνακα Pareto_kosten κατά αύξουσα σειρά

Σχεδιασμός διαγραμμάτων Pareto μετώπου

Υπολογισμός απόδοσης για πίνακες Pareto_kosten

4.3 Σύγκριση Αποτελεσμάτων

Έτσι ώστε να γίνει σύγκριση μεταξύ των αποτελεσμάτων των τριών διαφορετικών αλγορίθμων που υλοποιήθηκαν παρατίθενται και σχολιάζονται οι παρακάτω συγκεντρωτικοί πίνακες.

Μέθοδος										
Συνδυασμοί 2 αντικειμενικών (kro)	HBMO		DE						NSGA-II	
			Μέθοδος 1		Μέθοδος 2		Μέθοδος 3			
	w	Mk	w	Mk	w	Mk	w	Mk	w	Mk
A-B	7	332.6549	6	392.3983	6	408.9780	7	392.4582	2	333.0224
A-C	6	354.6790	7	405.2063	5	391.4360	5	392.7250	5	402.6900
A-D	11	327.2011	5	338.1766	8	374.8546	4	374.4321	5	388.5873
A-E	3	327.1144	4	330.2122	4	414.3019	11	391.6453	4	384.3312
B-C	5	332.3575	4	320.1671	4	371.5914	5	406.2216	8	402.6960
B-D	8	327.6225	9	379.9901	13	362.8458	5	330.3136	7	410.5412
B-E	6	362.2494	4	393.1404	12	399.9985	4	380.4533	3	382.7802
C-D	5	307.1119	3	337.4161	5	313.3772	4	295.3634	2	392.6577
C-E	6	345.1848	3	373.7596	5	396.1393	4	405.9965	3	391.8747
D-E	6	346.1958	3	295.4633	5	381.3050	6	420.3723	5	385.9500

Πίνακας 30. Αποτελέσματα συνδυασμού δύο αντικειμενικών συναρτήσεων

Παρατηρώντας τον πίνακα 30 μπορούμε να καταλήξουμε στα παρακάτω συμπεράσματα:

Όσον αφορά των αριθμό Pareto λύσεων (w) ο αλγόριθμος HBMO υπερέρχει των άλλων δύο αλγορίθμων στους συνδυασμούς kroA-kroD (11 λύσεις) και kroC-kroE (6 λύσεις). Επίσης στους συνδυασμούς kroA-kroB, kroC-kroD και kroD-kroE ο αλγόριθμος HBMO έχει τον μέγιστο αριθμό Pareto λύσεων με κάποια από τις

μεθόδους του αλγορίθμου DE. Τέλος στους συνδυασμούς kroA-kroC και kroB-kroE τα αποτελέσματα του αλγορίθμου HBMO ξεπερνιούνται μόνο από τις μεθόδους 1 και 2 του αλγορίθμου DE αντίστοιχα.

Όσον αφορά το μέτρο απόδοσης κόστους (Mk) ο αλγόριθμος HBMO κατάφερε να ξεπεράσει τη μέθοδο 1 του αλγορίθμου DE στον συνδυασμό kroB-kroC και την μέθοδο 2 του ίδιου αλγορίθμου στον συνδυασμό kroC-kroD.

Συνδυασμοί 3 αντικειμενικών (kro)	Μέθοδος									
	HBMO		DE						NSGA-II	
			Μέθοδος 1		Μέθοδος 2		Μέθοδος 3			
	w	Mk	w	Mk	w	Mk	w	Mk	w	Mk
A-B-C	9	412.7546	11	435.5202	15	436.6743	9	442.9309	7	446.2135
A-B-D	8	377.1645	7	421.0409	17	421.7105	11	431.0438	4	390.3854
A-B-E	9	429.1909	11	431.2011	9	457.0558	15	445.4237	15	484.8048
A-C-D	13	389.5122	12	443.5835	18	454.9292	14	413.2321	10	446.0371
A-C-E	9	418.1314	12	434.4562	20	449.3261	7	438.6303	13	458.9854
A-D-E	14	411.5164	7	422.5647	16	436.6049	10	451.7475	15	463.4097
B-C-D	11	433.7296	17	455.9907	18	465.0158	11	419.2626	19	464.7986
B-C-E	12	414.6366	10	448.0142	13	428.8333	15	433.0490	13	468.5742
B-D-E	6	418.6484	11	420.8532	8	427.6774	19	450.2953	20	462.8306
C-D-E	9	395.2460	10	450.4639	8	430.9586	13	433.3687	17	448.4641

Πίνακας 31. Αποτελέσματα συνδυασμού τριών αντικειμενικών συναρτήσεων

Παρατηρώντας τον πίνακα 31 μπορούμε να καταλήξουμε στα παρακάτω συμπεράσματα:

Όσον αφορά των αριθμό Pareto λύσεων (w) ο αλγόριθμος HBMO στον συνδυασμό kroA-kroB-kroC ξεπερνάει τον αριθμό Pareto λύσεων του αλγορίθμου NSGA II κατά δύο λύσεις ενώ έχει τον ίδιο αριθμό λύσεων με την μέθοδο 3 του αλγορίθμου DE (9). Στους συνδυασμούς kroA-kroB-kroD και kroA-kroC-kroD ο αλγόριθμος HBMO ξεπερνάει τον αριθμό των Pareto λύσεων του αλγορίθμου NSGA II και της μεθόδου 1 του αλγορίθμου DE ενώ στον συνδυασμό kroA-kroC-kroE ξεπερνάει μόνο της μεθόδου 3 του αλγορίθμου DE. Αντίστοιχα στους συνδυασμούς kroB-kroC-kroE και kroC-kroD-kroE ο αλγόριθμος HBMO ξεπερνάει τον αριθμό των Pareto λύσεων του αλγορίθμου DE μόνο στις μεθόδους 1 και 2 αντίστοιχα. Τέλος στον συνδυασμό kroA-kroD-kroE οι μέθοδοι 1 και 3 του αλγορίθμου DE έχουν λιγότερες Pareto λύσεις από αυτές του αλγορίθμου HBMO.

Όσον αφορά το μέτρο απόδοσης κόστους (Mk) ο αλγόριθμος HBMO κατάφερε να ξεπεράσει τη μέθοδο 3 του αλγορίθμου DE στον συνδυασμό kroB-kroC-kroD.

Συνδυασμοί 4 αντικειμενικών (kro)	Μέθοδος									
	HBMO		DE						NSGA-II	
			Μέθοδος 1		Μέθοδος 2		Μέθοδος 3			
	w	Mk	w	Mk	w	Mk	w	Mk	w	Mk
A-B-C-D	18	444.2405	22	473.5804	24	494.4917	18	471.3522	13	484.0148
A-B-C-E	17	457.4100	19	464.7597	17	486.9205	26	491.6479	21	511.8110
A-B-D-E	18	445.1194	26	479.1165	20	481.3036	14	465.8385	22	498.4497
A-C-D-E	23	451.3549	16	471.3459	21	512.3703	20	476.8953	26	509.3881
B-C-D-E	19	447.2875	15	484.6614	30	496.0151	22	491.9599	22	509.1771

Πίνακας 32. Αποτελέσματα συνδυασμού τεσσάρων αντικειμενικών συναρτήσεων

Παρατηρώντας τον πίνακα 32 μπορούμε να καταλήξουμε στα παρακάτω συμπεράσματα:

Όσον αφορά των αριθμό Pareto λύσεων (w) ο αλγόριθμος HBMO στον συνδυασμό kroA-kroB-kroC-kroD ξεπερνάει τον αριθμό Pareto λύσεων του αλγορίθμου NSGA-II κατά πέντε λύσεις ενώ έχει τον ίδιο αριθμό λύσεων με την μέθοδο 3 του αλγορίθμου DE (18). Τον ίδιο αριθμό λύσεων έχει επίσης και με την μέθοδο 2 του αλγορίθμου DE (17) στον συνδυασμό kroA-kroB-kroC-kroE. Στον συνδυασμό kroA-kroB-kroD-kroE ο αλγόριθμος HBMO ξεπερνάει κατά τέσσερεις λύσεις τον αριθμό λύσεων της μεθόδου 3 του αλγορίθμου DE ενώ στον συνδυασμό kroA-kroC-kroD-kroE ξεπερνάει τον αριθμό λύσεων όλων των μεθόδων του αλγορίθμου DE. Τέλος στον συνδυασμό kroB-kroC-kroD-kroE ο αλγόριθμος HBMO κερδίζει μόνο τη μέθοδο 1 του DE κατά τέσσερεις λύσεις.

Όσον αφορά το μέτρο απόδοσης κόστους (Mk) ο αλγόριθμος HBMO δεν κατάφερε να ξεπεράσει κανέναν από τους άλλους δύο αλγορίθμους.

Συνδυασμοί 5 αντικειμενικών (kro)	Μέθοδος									
	HBMO		DE						NSGA-II	
			Μέθοδος 1		Μέθοδος 2		Μέθοδος 3			
	w	Mk	w	Mk	w	Mk	w	Mk	w	Mk
A-B-C-D-E	34	525.5695	35	533.0592	23	508.5014	35	536.1418	27	525.8698

Πίνακας 33. Αποτελέσματα συνδυασμού πέντε αντικειμενικών συναρτήσεων

Παρατηρώντας τον πίνακα 33 μπορούμε να καταλήξουμε στα παρακάτω συμπεράσματα:

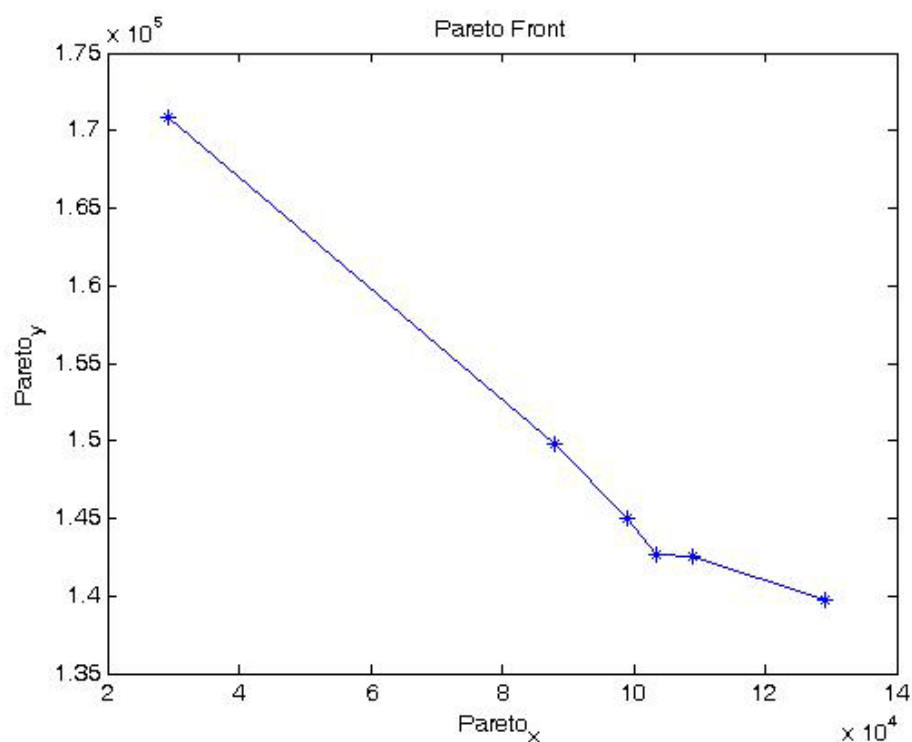
Όσον αφορά των αριθμό Pareto λύσεων (w) ο αλγόριθμος HBMO κατάφερε να υπερισχύσει του αλγορίθμου NSGA-II κατά επτά λύσεις και της μεθόδου 2 του αλγορίθμου DE κατά έντεκα λύσεις. Επίσης όσον αφορά το μέτρο απόδοσης κόστους (M_k) ο αλγόριθμος HBMO κατάφερε να ξεπεράσει αισθητά την μέθοδο 2 του αλγορίθμου DE ενώ ξεπεράστηκε οριακά από τον αλγόριθμο NSGA-II.

Στη συνέχεια παρατίθενται και συγκρίνονται τα πιο αντιπροσωπευτικά διαγράμματα από τους συνδυασμούς δύο αντικειμενικών συναρτήσεων των τριών αλγορίθμων.

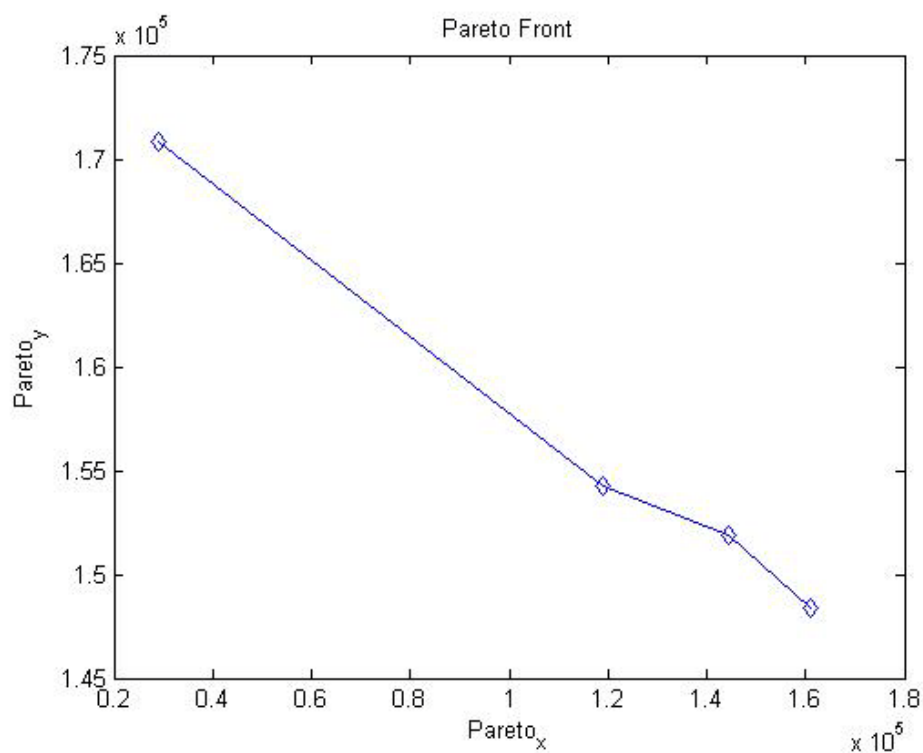
Όπως αναφέρθηκε και στο προηγούμενο κεφάλαιο τα κριτήρια με βάση τα οποία επιλέξαμε τα καλύτερα διαγράμματα είναι τα εξής:

- αριθμός σημείων στο διάγραμμα
- διασπορά των σημείων
- καμπυλότητα (κυρτότητα) της καμπύλης

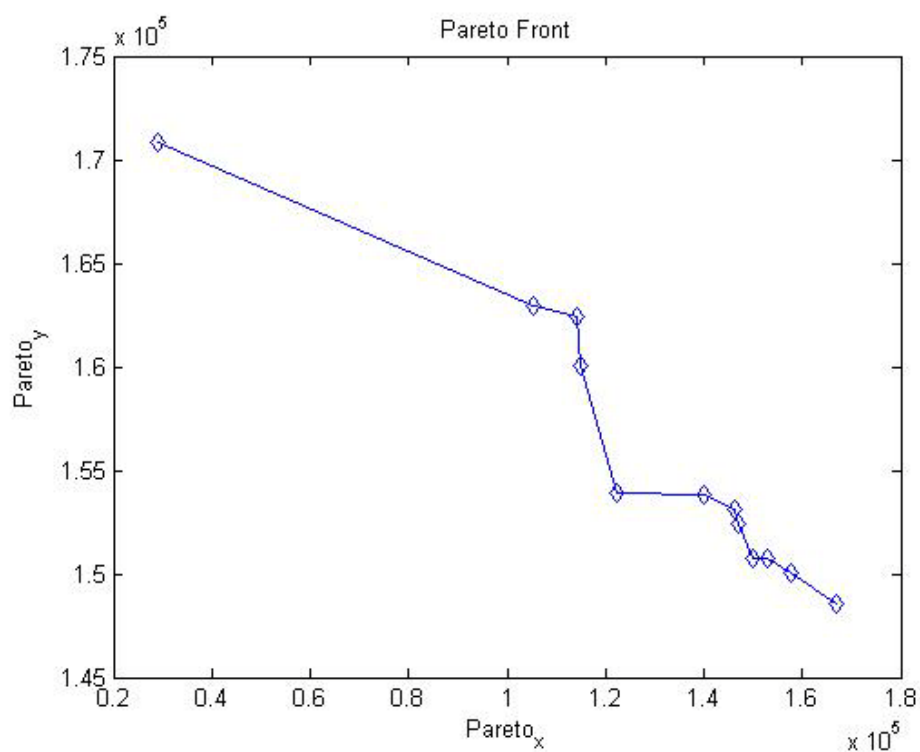
Διαγράμματα συνδυασμού kroB-kroE



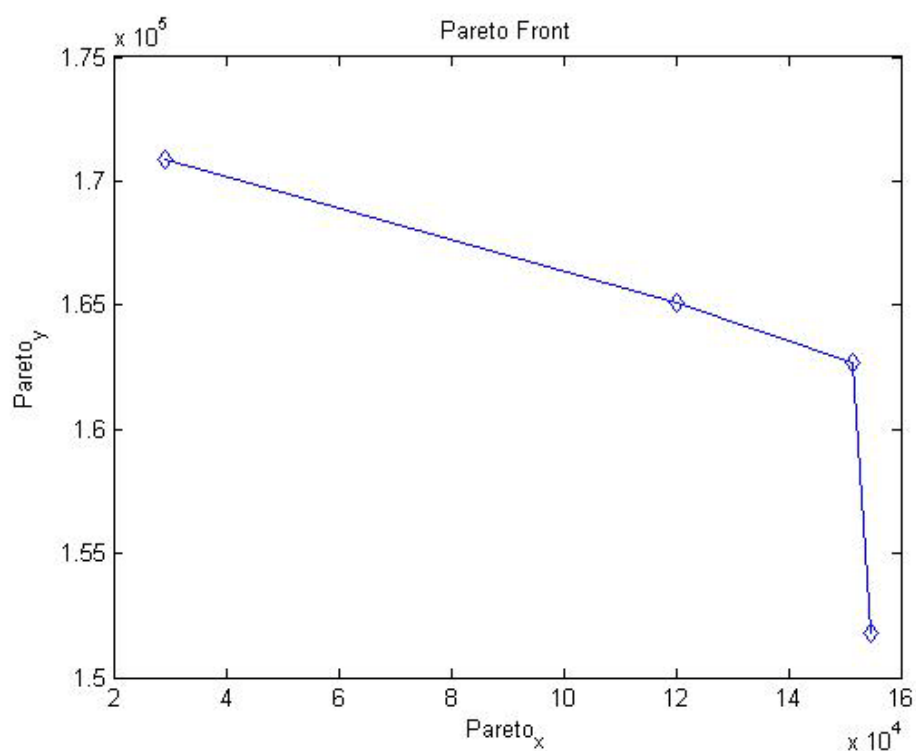
Διάγραμμα 12. Συνδυασμός kroB-kroE αλγορίθμου HBMO



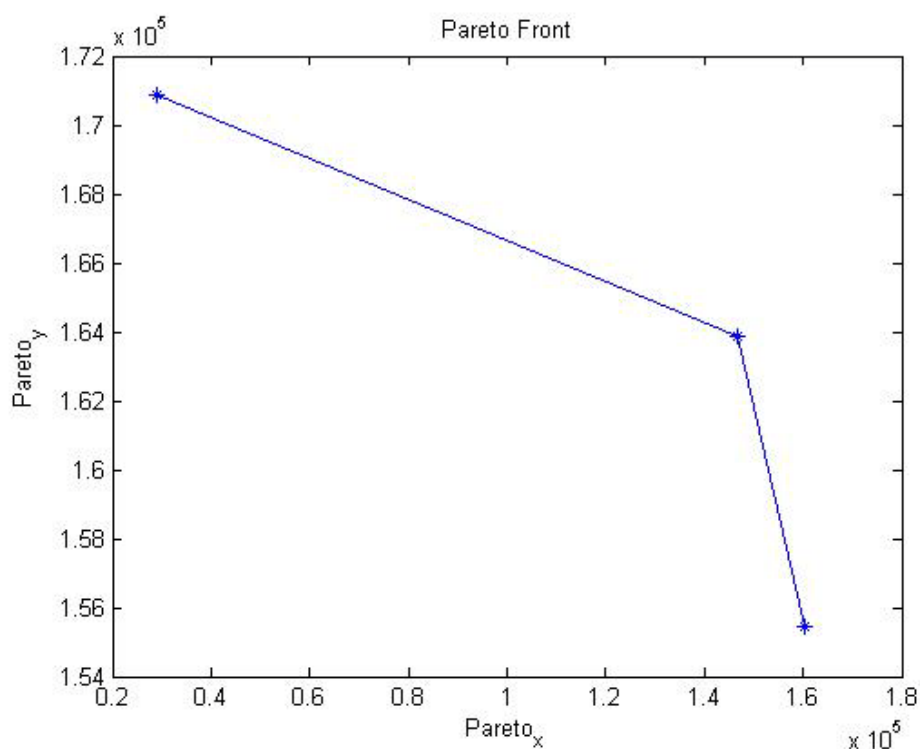
Διάγραμμα 13. Συνδυασμός kroB-kroE μεθόδου 1 του αλγορίθμου DE



Διάγραμμα 14. Συνδυασμός kroB-kroE μεθόδου 2 του αλγορίθμου DE



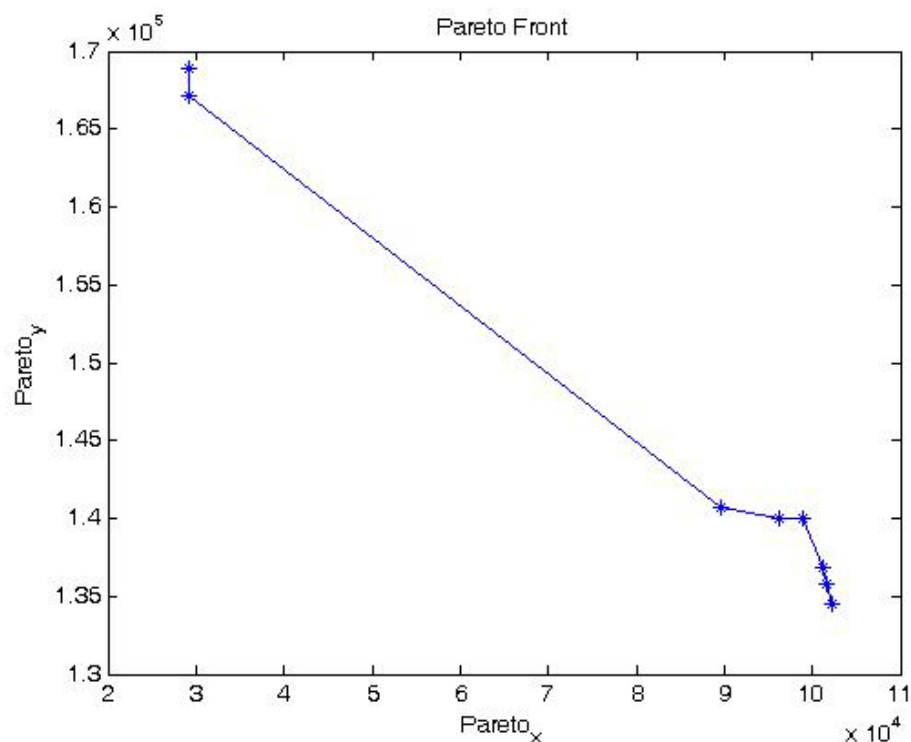
Διάγραμμα 15. Συνδυασμός kroB-kroE μεθόδου 3 του αλγορίθμου DE



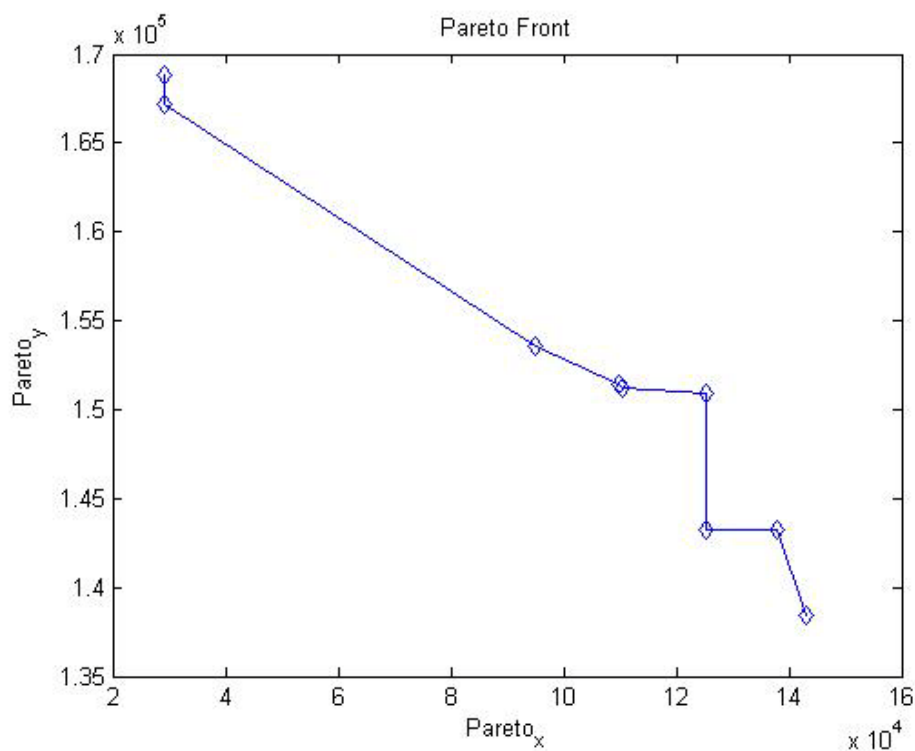
Διάγραμμα 16. Συνδυασμός kroB-kroE του αλγορίθμου NSGA-II

Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό για τον συνδυασμό kroB-kroE το μεγαλύτερο αριθμό Pareto λύσεων στο διάγραμμα φαίνεται να έχει αυτό της μεθόδου 2 του αλγορίθμου DE. Παρόλα αυτά δεν έχει ικανοποιητική κυρτότητα η καμπύλη. Το διάγραμμα που μπορεί να συνδυάσει ταυτόχρονα έναν ικανοποιητικό αριθμό λύσεων, αρκετά καλή διασπορά άλλα και μια πιο ομαλή καμπύλη είναι αυτό του αλγορίθμου HBMO.

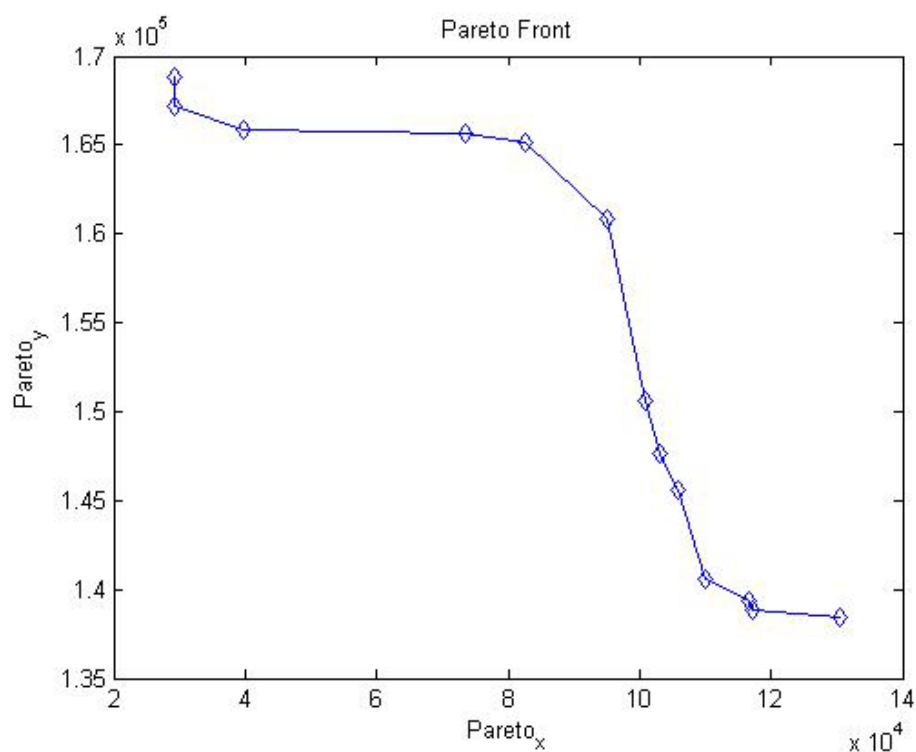
Διαγράμματα συνδυασμού kroB-kroD



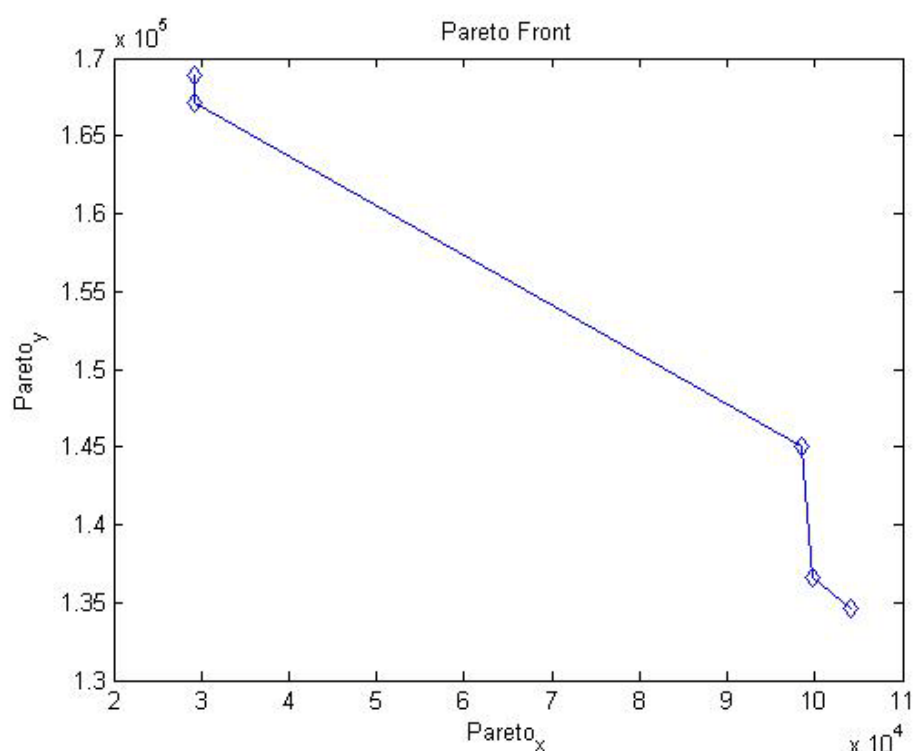
Διάγραμμα 17. Συνδυασμός kroB-kroD του αλγορίθμου HBMO



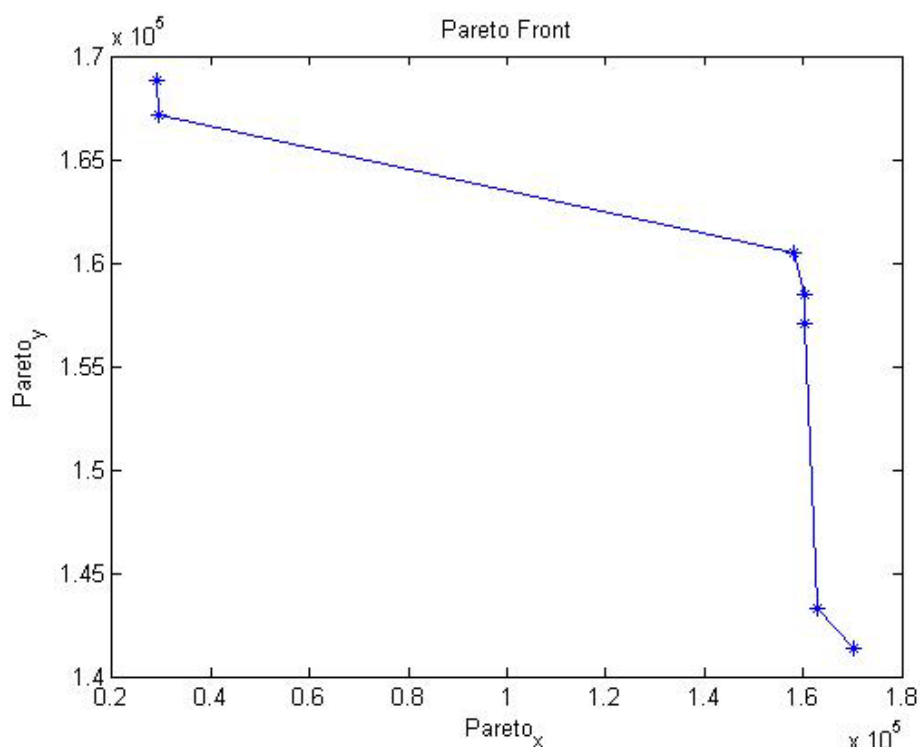
Διάγραμμα 18. Συνδυασμός kroB-kroD μεθόδου 1 του αλγορίθμου DE



Διάγραμμα 19. Συνδυασμός kroB-kroD μεθόδου 2 του αλγορίθμου DE



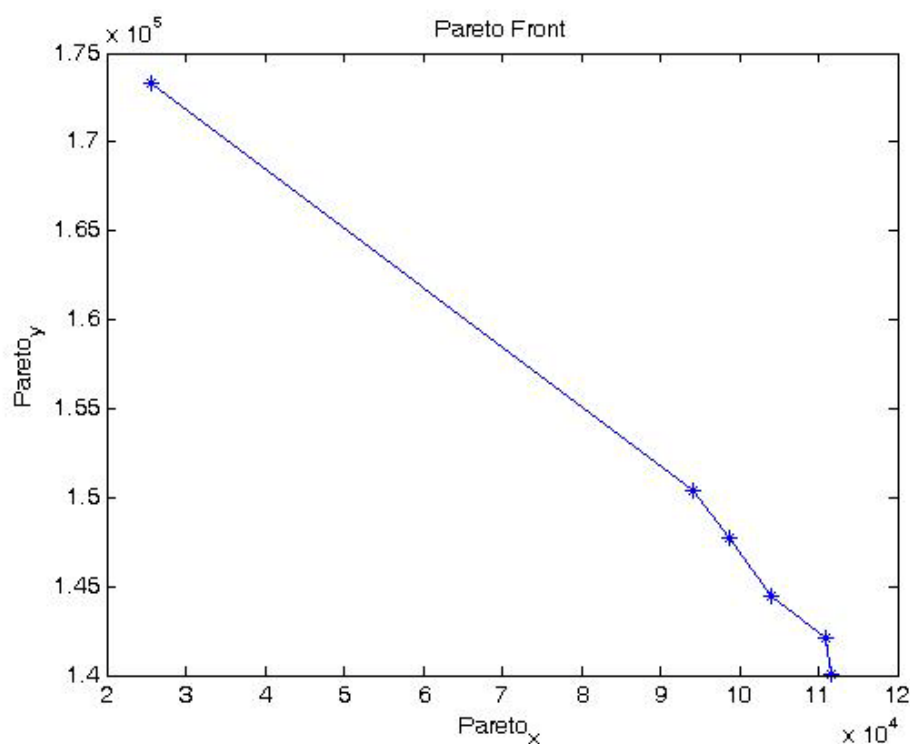
Διάγραμμα 20. Συνδυασμός kroB-kroD μεθόδου 3 του αλγορίθμου DE



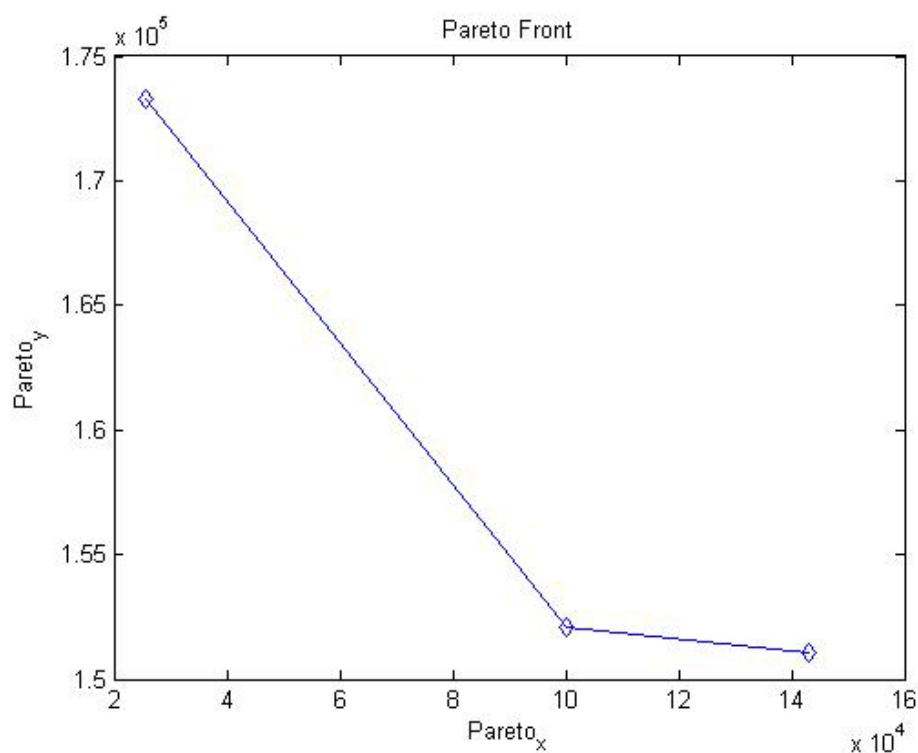
Διάγραμμα 21. Συνδυασμός kroB-kroD του αλγορίθμου NSGA-II

Όπως μπορεί κανείς να παρατηρήσει για τον συνδυασμό kroB-kroD το μεγαλύτερο αριθμό Pareto λύσεων στο διάγραμμα φαίνεται να έχουν αυτά των δύο πρώτων μεθόδων του αλγορίθμου DE. Παρόλα αυτά δεν έχουν ικανοποιητική κυρτότητα οι καμπύλες (και στα δύο διαγράμματα μεταβάλλεται η κυρτότητα). Το διάγραμμα που μπορεί να συνδυάσει ταυτόχρονα έναν ικανοποιητικό αριθμό λύσεων, αρκετά καλή διασπορά άλλα και μια πιο ομαλή (ως προς την κυρτότητα) καμπύλη είναι και πάλι αυτό του αλγορίθμου HBMO.

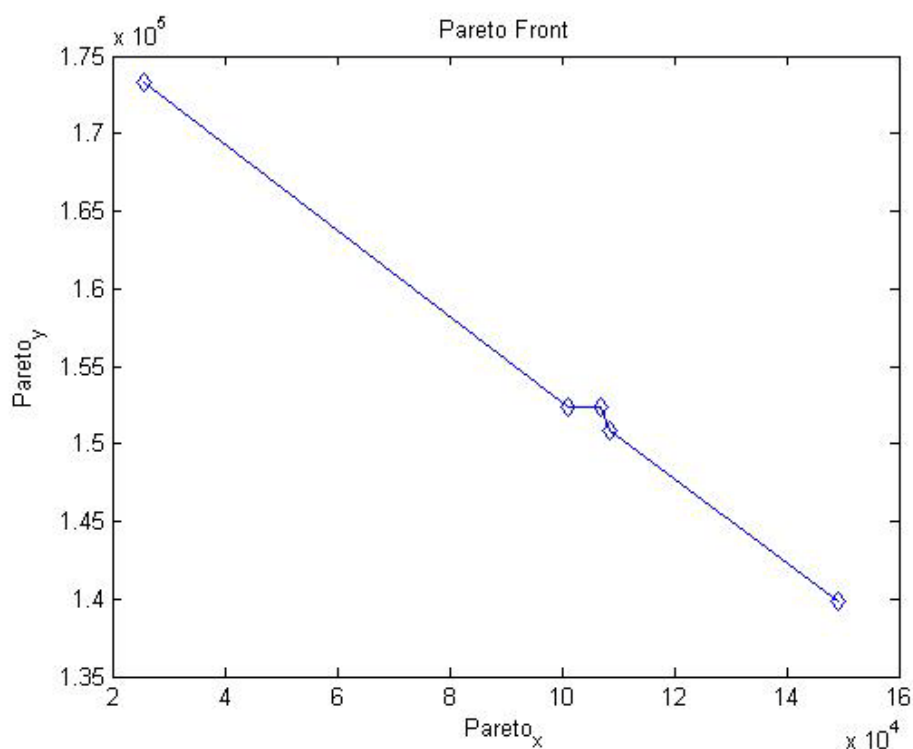
Διαγράμματα συνδυασμού kroC-kroE



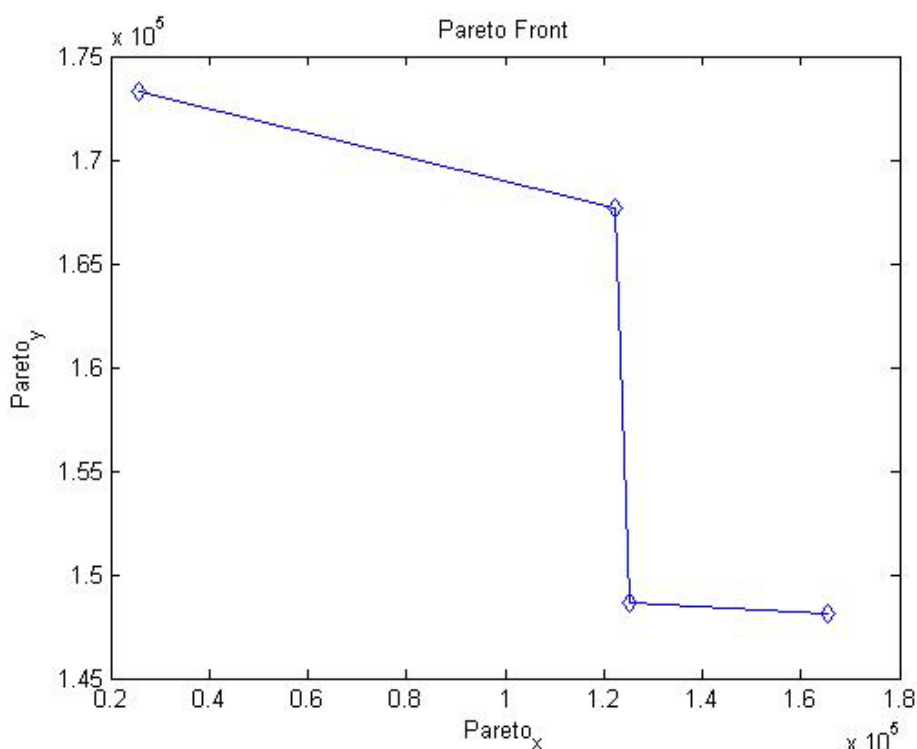
Διάγραμμα 22. Συνδυασμός kroC-kroE του αλγορίθμου HBMO



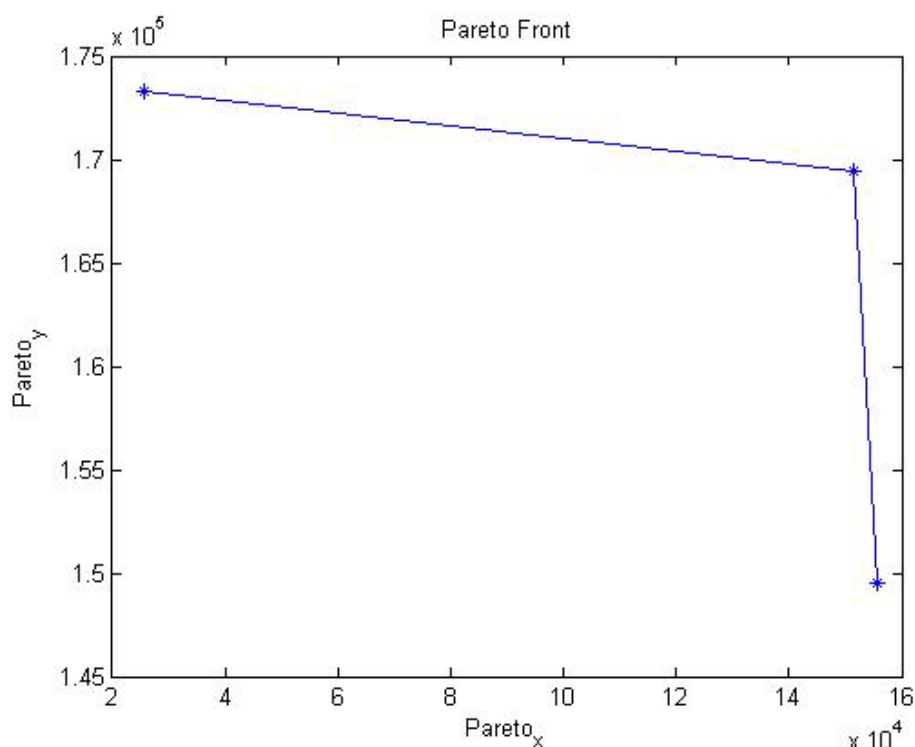
Διάγραμμα 23. Συνδυασμός kroC-kroE μεθόδου 1 του αλγορίθμου DE



Διάγραμμα 24. Συνδυασμός kroC-kroE μεθόδου 2 του αλγορίθμου DE



Διάγραμμα 25. Συνδυασμός kroC-kroE μεθόδου 3 του αλγορίθμου DE



Διάγραμμα 26. Συνδυασμός kroC-kroE του αλγορίθμου NSGA-II

Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό για τον συνδυασμό kroC-kroE το μεγαλύτερο αριθμό Pareto λύσεων στο διάγραμμα, αρκετά καλή διασπορά σημείων αλλά και μια ικανοποιητικά ομαλή καμπύλη είναι το διάγραμμα του αλγορίθμου HBMO.

Συμπερασματικά μπορούμε να πούμε ότι ο αλγόριθμος HBMO κατάφερε να δώσει αρκετά συγκρίσιμα και ανταγωνιστικά αποτελέσματα όσον αφορά τον αριθμό Pareto λύσεων (w) σε σχέση με τους υπόλοιπους αλγορίθμους που έχουν δοκιμαστεί περισσότερο. Παρόλο που η έκταση των λύσεων ως προς τους άξονες των διαστάσεων (μέτρο απόδοσης κόστους M_k) δεν είναι αρκετά ικανοποιητική, ο αλγόριθμος HBMO κατάφερε να εξάγει πολύ ομαλά ως προς την κυρτότητα διαγράμματα σε σύγκριση με τους άλλους δύο αλγορίθμους.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο Παρουσίαση Αλγορίθμου Εξέλιξης του Ιού της Γρίπης

Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται η παρουσίαση ενός νέου αλγόριθμου, του αλγόριθμου Εξέλιξης του Ιού της Γρίπης. Το συγκεκριμένο όνομα του αλγορίθμου δόθηκε στηριζόμενο στο τρόπο με τον οποίο εξελίσσεται ο ιός της Γρίπης όταν προσβάλει έναν οργανισμό ξενιστή.

Στα δύο επόμενα υποκεφάλαια γίνεται αναφορά στην δομή των ιών γενικά, τον τρόπο με τον οποίο ο ιός της Γρίπης προσβάλει έναν οργανισμό ξενιστή, μεταδίδεται από έναν οργανισμό σε έναν άλλο, μεταλλάσσεται και αναφέρονται μέτρα εξάλειψης των συμπτωμάτων και πρόληψης του πολλαπλασιασμού του ιού σε όλο το σώμα.

Στο τρίτο υποκεφάλαιο περιγράφεται ο αλγόριθμος ο οποίος προσομοιώνει την διαδικασία της ετήσιας εξέλιξης της Γρίπης σε ένα μονωμένο, σταθερού αριθμού ατόμων, πληθυσμό ή πληθυσμούς.

Στο τέταρτο υποκεφάλαιο παρουσιάζονται τα αριθμητικά και γραφικά αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή του αλγόριθμου στο πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή με μία αλλά και με πολλαπλές αντικειμενικές συναρτήσεις.

5.1. Ιοί

5.1.1 Εισαγωγικά στοιχεία

Οι ιοί και τα βακτήρια είναι οι απλούστερες μορφές ζωής. Έχουν χρησιμοποιηθεί εκτεταμένα για τη διερεύνηση των θεμελιωδών μηχανισμών της ζωής και έχουν βοηθήσει πολύ στην κατανόηση της λειτουργίας των πολύπλοκων οργανισμών σε μοριακό επίπεδο. Επίσης η μελέτη τους παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον, γιατί συνεισφέρει σημαντικά στην ανάπτυξη μεθόδων για τη θεραπεία των ασθενειών τις οποίες προκαλούν. Η ύπαρξή τους διαπιστώθηκε για πρώτη φορά τον 19ο αιώνα και παρατηρήθηκαν στο ηλεκτρονικό μικροσκόπιο κατά τον 20ο αιώνα, όταν έγινε δυνατή η κρυστάλλωσή τους.

Κατά γενική αποδοχή οι ιοί μεταλλάσσονται και εξελίσσονται, αν και δεν υπάρχει γενική συμφωνία για το αν μπορούν να θεωρηθούν έμβια συστήματα. Η μελέτη του γενετικού υλικού διαφόρων ιών έδειξε περισσότερες ομοιότητες με το γενετικό υλικό των ξενιστών τους παρά με το γενετικό υλικό άλλων ιών. Ακόμη το γεγονός ότι τα γονιδιώματα των ιών έχουν σημαντικές ομοιότητες με ορισμένα κυτταρικά γενετικά στοιχεία, όπως τα πλασμίδια και τα μεταθετά στοιχεία, υποδεικνύει ότι οι ιοί προέρχονται από κομμάτια κυτταρικού νουκλεϊνικού οξέος με εξειδικευμένη δομή. Σε αντίθεση με το κύτταρο που είναι η θεμελιώδης μονάδα της ζωής, ο ιός δεν είναι τίποτε περισσότερο από νουκλεϊκό οξύ και πρωτεΐνες. Μόνο όταν βρεθεί μέσα σε ένα κύτταρο ξενιστή ο ιός “ξυπνά” και εκφράζει τη

χαρακτηριστική ιδιότητα των ζωντανών οργανισμών, δηλαδή την αναπαραγωγή. Οι ιοί έχουν τις εξής ιδιότητες [5]:

- Είναι ενδοκυτταρικά παράσιτα και χρειάζονται υποχρεωτικά ένα κύτταρο ξενιστή για να πραγματοποιήσουν όλες τις βιολογικές τους λειτουργίες που είναι απαραίτητες για την αναπαραγωγή τους.
- Είναι μικρότεροι και από τα πιο μικρά βακτήρια και είναι ορατοί μόνο με τη βοήθεια ηλεκτρονικού μικροσκοπίου.
- Έχουν ένα μόνο τύπο νουκλεϊκών οξέων, είτε DNA είτε RNA, αλλά ποτέ και τα δύο. Το νουκλεϊκό οξύ του ιού υποχρεώνει το κύτταρο ξενιστή να το αναπαράγει με ακρίβεια, όπως ακριβώς κάνει και με το δικό του γονίδιο.
- Δεν ανιχνεύονται αμέσως μετά την είσοδό τους στο κύτταρο ξενιστή, επειδή μεσολαβεί κάποιο χρονικό διάστημα κατά το οποίο αντιγράφεται το γενετικό τους υλικό και παράγονται οι πρωτεΐνες τους. Η φάση αυτή τελειώνει όταν συγκροτηθούν οι νέοι ιοί.

5.1.2 Δομή Ιών

Οι ιοί είναι μολυσματικά σωματίδια που αποτελούνται από ένα πρωτεϊνικό περίβλημα μέσα στο οποίο υπάρχει νουκλεϊκό οξύ, που αποτελεί το γενετικό τους υλικό. Το γενετικό τους υλικό είναι DNA ή RNA, μονόκλωνο ή δίκλωνο ανάλογα με το είδος του ιού. Το πρωτεϊνικό περίβλημα είναι ένα καψίδιο ποικίλου σχήματος (ελικοειδές, ραβδοειδές, πολυεδρικό ή συνδυασμός και των δύο) και αποτελείται από πολλά μόρια της ίδιας πρωτεΐνης (υπομονάδες). Μερικοί ζωικοί ιοί έχουν έξω από το καψίδιο ένα μεμβρανώδη φάκελο, που αποτελείται από υλικό του κυττάρου ξενιστή όσο και του ιού. Οι ιοί ανάλογα με το είδος του ξενιστή ταξινομούνται στους ιούς των βακτηρίων που ονομάζονται βακτηριοφάγοι ή φάγοι, στους ιούς των ζώων και στους ιούς των φυτών.

Οι ιοί των ζώων διακρίνονται σε δύο κατηγορίες ανάλογα με το είδος του γενετικού υλικού τους, τους DNA ιούς και τους RNA ιούς [5].

5.1.3 RNA Ιοί

Οι RNA ιοί είναι αυτοί που έχουν ως γενετικό υλικό RNA. Οι ιοί είναι μοναδικοί επειδή οι γενετικές πληροφορίες τους είναι κωδικοποιημένες σε RNA. Οι RNA ιοί ανάλογα με τους τρόπους αναπαραγωγής τους διακρίνονται σε [16]:

α) RNA ιούς που έχουν ως γενετικό υλικό δίκλωνο RNA. Οι αλυσίδες του RNA ως (+) και (-). Η (-) αλυσίδα RNA λειτουργεί ως καλούπι για τη σύνθεση των (+) αλυσίδων, που είναι το mRNA. Στην κατηγορία αυτή ανήκουν οι ρεοιοί που προκαλούν συνήθως διάρροια.

β) RNA ιούς που έχουν ως γενετικό υλικό μονόκλωνο RNA (+), το οποίο είναι ταυτόχρονα το mRNA του ιού. Το RNA του ιού όταν εισέλθει στο κύτταρο,

αντιγράφεται σε μια (-) αλυσίδα, που λειτουργεί ως καλούπι για τη σύνθεση περισσότερων (+) αλυσίδων. Στους ιούς αυτούς ανήκει ο ιός της πολιομυελίτιδας.

γ) RNA ιούς που έχουν ως γενετικό υλικό μονόκλωνο RNA (-), το οποίο λειτουργεί ως καλούπι για τη σύνθεση του mRNA. Στην κατηγορία αυτή ανήκουν οι ιοί που προκαλούν ιλαρά και μαγουλάδες, ο **ιός της Γρίπης** και ο ιός Embola.

δ) RNA ιούς που είναι γνωστοί ως ρετροϊοί επειδή το μονόκλωνο RNA (+) είναι καλούπι για το σχηματισμό ενός μορίου DNA.

Γενικά εξαιτίας του γεγονότος ότι οι ιοί δεν αυτοδιπλασιάζονται, χαρακτηρίζονται ως ενδοκυτταρικά παράσιτα, το γενετικό υλικό των οποίων κατευθύνει τα ένζυμα και τα ριβοσώματα, χρησιμοποιώντας τα δομικά συστατικά του κυττάρου-ξενιστή για να συνθέσει πολλαπλά αντίγραφα του γονιδιώματος του ιού και του καψιδίου του. Αυτά τα δομικά υλικά αυτοσυγκροτούνται σε εκατοντάδες ή χιλιάδες αντίγραφα του αρχικού ιού, που ελευθερώνονται από το ξενιστικό κύτταρο, έτοιμα να μολύνουν ένα νέο ξενιστή.

Οι RNA ιοί, επειδή όπως είναι γνωστό το κύτταρο δε διαθέτει μηχανισμούς για τη σύνθεση RNA από RNA ή DNA από RNA, έχουν εξελιχθεί ώστε να διαθέτουν το απαιτούμενο ένζυμο για τον διπλασιασμό του γενετικού τους υλικού. Ο ιός της πολιομυελίτιδας, για παράδειγμα, λειτουργεί ως εξής: Όταν ο ιός μολύνει ένα κύτταρο, το RNA του λειτουργεί σαν μήνυμα για τη σύνθεση του ενζύμου διπλασίωση που μπορεί να αντιγράψει το RNA του ιού συνθέτοντας αρχικά μια συμπληρωματική αλυσίδα RNA και έπειτα καινούργιες αλυσίδες RNA του ιού [5].

5.2. Ιός Γρίπης

5.2.1 Γενικά χαρακτηριστικά της Γρίπης

Η Γρίπη είναι μια εξαιρετικά μεταδοτική ιογενής νόσος. Είναι μια οξεία λοίμωξη του αναπνευστικού συστήματος για την οποία υπεύθυνος είναι ένας ιός (ιός Influenza). Οι ιοί της Γρίπης ανήκουν στην οικογένεια των ορθομυξοϊών και ξεχωρίζουν για το γεγονός ότι υπάρχουν διαφορετικοί τύποι ιού, A, B και C. Οι πρώτοι δύο είναι υπεύθυνοι για τη κλασική μορφή γρίπης, ενώ ο τύπος C, που δε χαρακτηρίζεται από συμπτώματα προκαλεί λοιμώξεις παρόμοιες με κρυολόγημα. Οι ιοί τύπου A βρίσκονται και στον άνθρωπο αλλά και στα θηλαστικά (πτηνά, γουρούνια, άλογα) και χωρίζονται σε διαφορετικές υποκατηγορίες. Συνήθως ο ιός μεταδίδεται από τα πτηνά στο γουρούνι και από εκεί στον άνθρωπο. Ο ιός τύπου B βρίσκεται μόνο στον άνθρωπο και δεν υπάρχουν διαφορετικές υποκατηγορίες. Ο σπάνιος ιός της γρίπης C εμφανίζεται στον άνθρωπο και τους χοίρους.

Οι ιοί δεν μπορούν να πολλαπλασιαστούν μόνοι τους. Πρέπει να μολύνουν ένα ζωντανό κύτταρο ώστε να πολλαπλασιαστούν στο εσωτερικό του. Τα κύτταρα που καλύπτουν την επιφάνεια της αναπνευστικής οδού είναι ιδιαιτέρως ευάλωτα σε λοιμώξεις γιατί δεν καλύπτονται από δέρμα με αποτέλεσμα να μολύνονται

ευκολότερα από ιούς. Οι ιοί είναι εξαιρετικά μικροί σε μέγεθος και είναι ορατοί μόνο με τη βοήθεια πολύ ισχυρών ηλεκτρονικών μικροσκοπίων.

Ο ιός αποτελείται από μία πυρηνική κάψα και μία θήκη λιποπρωτεϊνικής σύστασης. Από την θήκη προεξέχουν δύο μορφολογικά διαφορετικές γλυκοπρωτεΐνες, η **αιματοσυγκολλητίνη (Η)** και **νευραμινιδάση (Ν)**. Αυτές οι γλυκοπρωτεΐνες συνδέονται μεταξύ τους με μία άλλη πρωτεΐνη της θήκης που βρίσκεται στο κάτω μέρος αυτής, την ονομαζόμενη πρωτεΐνη μάτριξ. Οι ιοί της γρίπης χαρακτηρίζονται από μία ιδιαίτερη γενετική ποικιλομορφία, η οποία βασίζεται σε μία υψηλή συχνότητα μετάλλαξης και της ικανότητας ανταλλαγής γονιδίων. Ένας μεγάλος αριθμός μεταλλάξεων ενός σημείου οδηγεί τμηματικά στην διαφοροποίηση της αιματοσυγκολλητίνης (Η) και της νευραμινιδάσης (Ν) και επιτυγχάνεται η αλλαγή του προτύπου του αντιγόνου [12].

5.2.2 Πως προσβάλλει

Η μετάδοση του ιού γίνεται από άτομο σε άτομο μέσω του αέρα. Ο ιός μεταδίδεται με την εισπνοή μολυσμένων σταγονιδίων που υπάρχουν στον αέρα από φτάρνισμα ή βήχα ενός ατόμου που έχει ήδη προσβληθεί, ή απλά αγγίζοντας με τα χέρια επιφάνειες ή αντικείμενα μολυσμένα. Παράγοντες όπως ο ψυχρός καιρός και ο συγχρωτισμός (η συγκέντρωση πολλών ατόμων σε κλειστούς χώρους) αυξάνουν τη μετάδοση της Γρίπης. Ο χρόνος επώασης είναι 1 έως 3 ημέρες. Στο βόρειο ημισφαίριο εμφανίζεται η Γρίπη συνήθως τους μήνες από Οκτώβριο έως Μάρτιο. Στο νότιο ημισφαίριο τους μήνες μεταξύ Μάϊο και Σεπτέμβριο.

Ο ιός εισέρχεται συνήθως μέσω της μύτης ή του στόματος και πολλαπλασιάζεται ταχύτατα στις αναπνευστικές οδούς. Τη στιγμή της μετάδοσης του ιού δεν παρατηρείται καμία ενόχληση(αδιαθεσία) ωστόσο ο ιός αρχίζει να πολλαπλασιάζεται. Οι ιοί της Γρίπης επιβιώνουν μόνο στα κύτταρα του ανώτερου αναπνευστικού συστήματος: μύτη, φάρυγγας, λάρυγγας [12, 17].

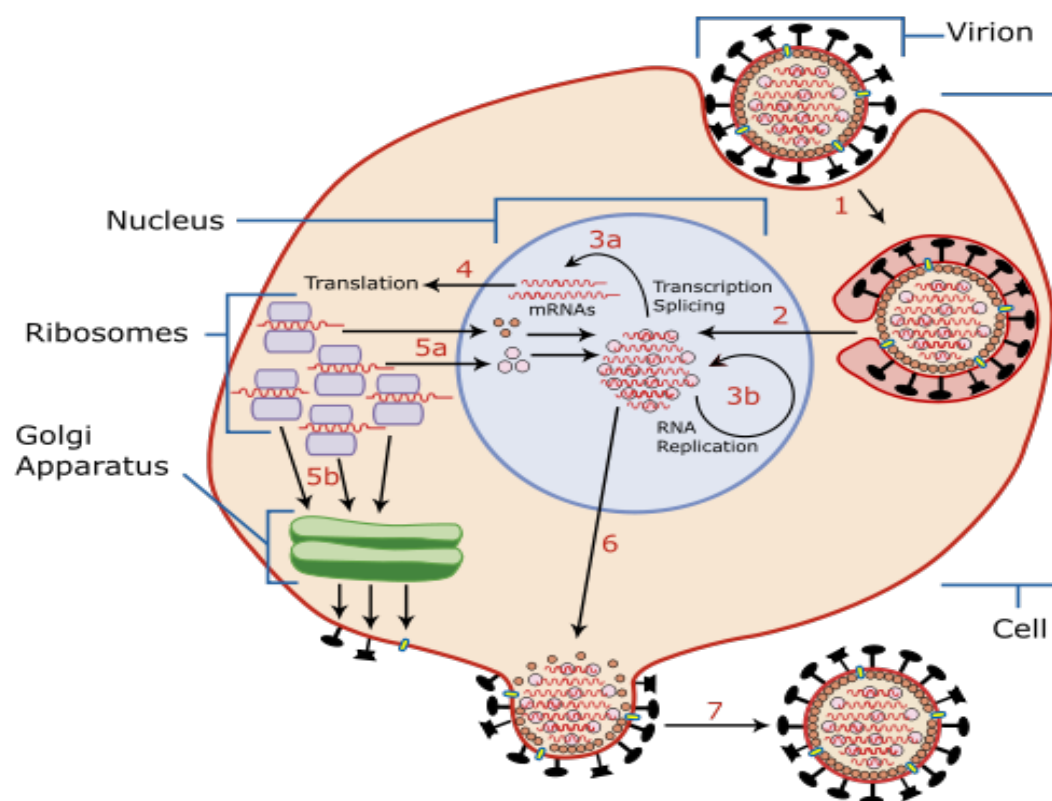
5.2.3 Πως μεταδίδεται

Οι εκρηκτικές εξάρσεις της Γρίπης αποτελούν σύνηθες χαρακτηριστικό κάθε χειμώνα, τόσο στο Βόρειο όσο και στο Νότιο ημισφαίριο. Οι ετήσιες αυτές εξάρσεις διαρκούν περίπου 6-8 εβδομάδες ανά περιοχή ενώ η Γρίπη μεταδίδεται ταχέως υπό μορφή κύματος στον πληθυσμό. Παρά το γεγονός ότι κάθε χρονιά είναι χρονιά Γρίπης, η χρονική στιγμή και η βαρύτητα κάθε έξαρσης δεν μπορούν να προβλεφθούν, έτσι ώστε να έχουμε ευρείες διακυμάνσεις στον επιπολασμό της νόσου, από 5% μέχρι και 20% (επιδημία).

Σε αντίθεση με τις ετήσιες εξάρσεις της Γρίπης, οι πανδημίες είναι σπανιότερα γεγονότα και εμφανίζονται απρόβλεπτα κάθε 10-40 χρόνια. Οι πανδημίες οφείλονται στην εμφάνιση ενός τελείως νέου στελέχους Γρίπης προς το οποίο ο πληθυσμός δεν έχει φυσική ανοσία έτσι ώστε το ποσοστό προσβολής να φτάνει μέχρι και το 50% παγκοσμίως. Για να γίνει πανδημία δεν αρκεί να

εμφανιστεί νέο στέλεχος του ιού αλλά απαιτούνται και άλλοι παράγοντες, όπως η ικανότητα του στελέχους αυτού να μεταδίδεται από άτομο σε άτομο και η απόσταση μεταξύ των ατόμων (πυκνότητα του πληθυσμού) ευθύνεται για την εξάπλωσή της. Παρόλο που οι πανδημίες είναι συχνά καταστροφικές, η αθροιστική επίδραση των ετήσιων εξάρσεων Γρίπης υπερβαίνει κατά πολύ εκείνη της οποιασδήποτε πανδημίας και εξακολουθεί να αποτελεί την μεγαλύτερη πρόκληση αντιμετώπισης επί του παρόντος [10].

5.2.4 Διαδικασία εισβολής και αντιγραφής του Ιού της Γρίπης σε κύτταρο ξενιστή



Σχήμα 3. Διαδικασία αντιγραφής ιού Γρίπης

Οι ιοί μπορούν να αντιγραφούν μόνο σε ζωντανά κύτταρα. Η επίδραση και η αντιγραφή του ιού της Γρίπης είναι μια διαδικασία πολλών βημάτων. Αρχικά ο ιός πρέπει να δεσμεύσει και να εισέλθει σε ένα κύτταρο. Ο ιός εισέρχεται στο κύτταρο με τη διαδικασία της ενδοκύττωσης. Ο ιός περικλείεται στο εσωτερικό μιας εγκόλπωσης, που δημιουργείται από προεκβολές του κυτταροπλάσματος, τα ψευδοπόδια. Τα άκρα των ψευδοποδίων ενώνονται, οπότε σχηματίζουν ένα κυστίδιο στο οποίο περιέχεται η προς μεταφορά ουσία. Στη συνέχεια το κυστίδιο αποκόπτεται και εισέρχεται στο εσωτερικό του κυττάρου. Έτσι ο ιός εισέρχεται στο κύτταρο (Stage 1).

Μέσα στο κύτταρο συμβαίνουν 2 γεγονότα: Πρώτα μέρος της πρωτεΐνης αιμαγλουτινίνης διασπά το προερχόμενο από τον ιό φάκελο (το περίβλημά του) και η πρωτεΐνη M2 βοηθάει στην απελευθέρωση ιικού RNA (vRNA) και πρωτεϊνών από τον πυρήνα του ιού. Τα μόρια vRNA, βοηθητικών πρωτεϊνών και της εξαρτημένης RNA πολυμεράσης απελευθερώνονται στο κυτταρόπλασμα (Stage 2).

Οι πρωτεΐνες του πυρήνα του ιού και το ιικό RNA (vRNA) σχηματίζουν ένα συνδυασμό που εισέρχεται στον πυρήνα του ανθρώπινου κυττάρου όπου ξεκινάει η διαδικασία της μεταγραφής με τη βοήθεια της RNA πολυμεράσης (Stage 3a,3b). Το vRNA στη συνέχεια είτε εξέρχεται στο κυτταρόπλασμα και μεταφράζεται (Stage 4) είτε παραμένει στον πυρήνα του κυττάρου. Οι νέες πρωτεΐνες που συντίθενται από RNA και ριβοσώματα αποθηκεύονται στον σύνδεσμο Golgi (Stage 5b) είτε επιστρέφουν πίσω στον πυρήνα του κυττάρου για να δεσμεύσουν ιικό RNA και να σχηματίσουν νέα ιικά γονίδια (Stage 5a).

Έπειτα οι πρωτεΐνες που αποθηκεύτηκαν προσωρινά στο σύνδεσμο Golgi συγκεντρώνονται στη συνέχεια σε μια διόγκωση της κυτταρικής μεμβράνης του ανθρώπινου κυττάρου. Το ιικό RNA και οι πρωτεΐνες που βρίσκονταν στον πυρήνα του κυττάρου τον αφήνουν και εισέρχονται στην προεξοχή αυτή (Step 6).

Ο ιός που σχηματίζεται απομακρύνεται από το κύτταρο-ξενιστή περιβαλλόμενος από μια σφαίρα με μεμβράνη φωσφολιπιδίων του κυττάρου-ξενιστή και τις πρωτεΐνες αιμαγλουτινίνη και νευραμινιδάση (Stage 7). Μετά την απομάκρυνση του ιού, το κύτταρο-ξενιστής (ανθρώπινο) πεθαίνει [11].

5.2.5 Μετάλλαξη και Ανακατάταξη

Οι ιοί της Γρίπης συνεχώς εξελίσσονται με Μετάλλαξη (mutation) ή με Ανακατάταξη (reassortment). Ως εκ τούτου η πλειονότητα των νέων παραγόμενων ιών της Γρίπης έχουν μεταξύ τους διαφορές. Η διαδικασία της Μετάλλαξης παράγει ένα **αντιγονικό drift** και της Ανακατάταξης παράγει ένα **αντιγονικό shift**.

Αντιγονικό drift

Όταν ένας ιός αναπαράγεται σε ένα κύτταρο ξενιστή ανά κάθε 10 χιλιάδες νουκλεοτίδια που αντιγράφονται προκαλούνται σφάλματα αντιγραφής με αποτέλεσμα να γίνονται πολλές *μεταλλάξεις* σε κάθε ξενιστή.

Οι *μεταλλάξεις* μπορούν να προκαλέσουν μικρές αλλαγές στα αντιγόνα της νευραμινιδάσης και αιμαγλουτινίνης στην επιφάνεια του ιού και οδηγούν στην δημιουργία στελεχών προερχομένων από τα ήδη κυκλοφορούντα στελέχη με:

- ✿ Διαφορετική αντιγονικότητα.
- ✿ Διαφορετικό βαθμό διασταυρούμενης ανοσίας.
- ✿ Μειωμένη προστασία του ανθρώπου σε σχέση με τον αρχικό ιό.

Αυτό ονομάζεται **αντιγονικό drift** το οποίο δημιουργεί μία αυξανόμενη ποικιλία στελεχών, μέχρι μία να εξελιχθεί και να μολύνει ανθρώπους που είχαν

ανοσία σε προϋπάρχοντα στελέχη. Το νέο αυτό είδος αντικαθιστά τα παλιότερα στελέχη καθώς ταχύτατα εισέρχεται στον ανθρώπινο πληθυσμό, προκαλώντας **επιδημία**. Τα νέα αυτά στελέχη καλούνται *drift variants*. Αντιγονικά *drift* συμβαίνουν σχεδόν κάθε χρόνο. Για το λόγο αυτό υπάρχει έλλειψη πλήρους ανοσίας ενώ απαραίτητη θεωρείται η ετήσια προσαρμογή του εμβολίου. Ο πλέον πρόσφατος *drift* ιός ήταν το στέλεχος *Fujian*, *drift* του κυκλοφορούντος H3N2 *Panama* [11, 20].

Αντιγονικό shift

Παρ' όλα αυτά όταν ένα στέλεχος παράγεται από ένα *drift* θα είναι δικαιολογημένα όμοιο με παλιότερα στελέχη και πολλοί άνθρωποι θα έχουν ανοσία σε αυτό. Αντίθετα όταν οι ιοί της Γρίπης *ανακατατάσσονται*, αποκτούν εντελώς καινούργια αντιγόνα. Η αποτελεσματικά γρήγορη αλλαγή στη γενετική του ιού με την προϋπόθεση ότι περισσότεροι του ενός ιοί της γρίπης μολύνουν ένα μόνο κύτταρο, παράγει αντιγονικά *shift*, που είναι ξαφνικές αλλαγές από το ένα αντιγόνο στο άλλο. Αυτές οι ξαφνικές μεγάλες αλλαγές επιτρέπουν στον ιό να μολύνει νέα είδη ξενιστή και να υπερνικήσει την προστατευτική ασυλία (*immunity*). Για παράδειγμα από *ανακατάταξη* μεταξύ στελεχών πτηνών και ανθρώπου δημιουργούνται τα **αντιγονικά shift**. Αν ένας ιός της Γρίπης που προσβάλλει τους ανθρώπους είχε εντελώς νέα αντιγόνα, ο καθένας θα ήταν ευαίσθητος σε αυτόν και η καινούργια Γρίπη θα εξαπλωνόταν ανεξέλεγκτα, προκαλώντας, αν το επιτρέψουν οι συνθήκες, **πανδημία** [11, 20].

5.2.6 Θεραπεία του Ιού της Γρίπης

Τα φάρμακα κατά των ιών διατίθενται για τη θεραπεία ασθενών που είναι πιο ευάλωτοι σε σοβαρή ασθένεια. Περιορίζουν τη σοβαρότητα των συμπτωμάτων και προλαμβάνουν τον πολλαπλασιασμό του ιού σε όλο το σώμα. Για να είναι αποτελεσματικά αυτά τα φάρμακα, θα πρέπει να χορηγούνται στους ασθενείς μέσα σε 48 ώρες από την εμφάνιση των συμπτωμάτων. Παρόλο που τα συμπτώματα της Γρίπης περιορίζονται με αυτή τη θεραπεία, η μετάδοση του ιού από τα μολυσμένα άτομα δεν διακόπτεται. Για το ενδεχόμενο πανδημίας συγκεντρώνονται αποθέματα φαρμάκων κατά των ιών, ωστόσο, οι ιοί της Γρίπης γίνονται ολοένα και πιο ανθεκτικοί σε αυτά τα φάρμακα με το πέρασμα του χρόνου. Τρία αντιβιωτικά μπορούν να δωθούν για την καταπολέμηση της Γρίπης : *amantadine* (*mantadix*), *zanamivir* (*relenza*) και *oseltamavir* (*tamiflu*).

- Η αμανταδίνη είναι ένα φάρμακο κατά των ιών που χρησιμοποιείται για τη θεραπεία της Γρίπης τύπου A, ωστόσο, δεν συνιστάται πλέον λόγω των παρενεργειών της και επειδή η Γρίπη τύπου A γίνεται εύκολα ανθεκτική στην αμανταδίνη.
- Οι αναστολείς νευραμινιδάσης (Ζαναμιβίρη και Οσελταμιβίρη) είναι μία νέα κατηγορία αντικών φαρμάκων που χρησιμοποιούνται για τη θεραπεία της Γρίπης A και B. Θεωρείται ότι περιορίζουν τη διάρκεια της απλής Γρίπης

κατά μία ημέρα, ότι έχουν λιγότερες παρενέργειες από την αμανταδίνη και ότι ο ιός είναι λιγότερο πιθανό να αναπτύξει αντιστάσεις. Αν ληφθούν άμεσα ελαττώνουν το ρυθμό απέκκρισης του ιού στο μισό περίπου. Η λοίμωξη δεν προλαμβάνεται βέβαια αλλά οι ασθενείς είναι λιγότερο πιθανό να μολύνουν κάποιον άλλο αν πάρουν τα φάρμακα αυτά. Ωστόσο, αυτά τα φάρμακα δεν χρησιμοποιούνται ευρέως επειδή είναι ακριβά και δεν διατίθενται σε πολλές χώρες.

Εμβόλιο κατά του ιού της Γρίπης

Για την αποφυγή προσβολής από τη Γρίπη, συνίσταται το ετήσιο εμβόλιο Γρίπης. Τα εμβόλια Γρίπης συνήθως παρέχονται το φθινόπωρο πριν αρχίσει η κυκλοφορία του ιού. Τα εμβόλια αλλάζουν κάθε χρόνο καθώς προετοιμάζονται από ιούς που είναι πιο πιθανό να προκαλέσουν Γρίπη μέσα στην περίοδο που θα ακολουθήσει. Θεωρείται το «απόλυτο όπλο» αφού από μελέτες που έχουν γίνει, έχει αποδειχθεί ότι προσφέρει ποσοστό προφύλαξης 60 με 80 τοις εκατό.

Το εμβόλιο δεν περιέχει ζωντανό ιό και έτσι δεν θα προκαλέσει Γρίπη αλλά θα κινητοποιήσει τις άμυνες του οργανισμού για προστασία ενάντια στον ιό που περιέχεται στο εμβόλιο. Ο οργανισμός αρχίζει να παράγει αντισώματα για τον ιό του εμβολίου περίπου μία εβδομάδα μετά τον εμβολιασμό. Στις ελάχιστον παρενέργειες περιλαμβάνονται πυρετός, ρίγος, εφίδρωση, κόπωση και πονοκέφαλοι αλλά θα πρέπει να είναι ήπιας μορφής και να υποχωρήσουν μέσα σε λίγες μέρες.

Οι ιοί της Γρίπης μεταβάλλουν τα χαρακτηριστικά τους (μεταλλάσσονται) για να μπορέσουν να επιβιώσουν. Γι' αυτό το λόγο, ο οργανισμός μας δυσκολεύεται πολύ να αντιμετωπίσει τη λοίμωξη. Τα εμβόλια κατά των ιών παρασκευάζονται μόνο αφού εμφανιστούν νέα στελέχη. Οι ερευνητές συνεχίζουν να αναζητούν ταχύτερους τρόπους ανάπτυξης εμβολίων σε περίπτωση που εμφανιστεί νέο μικροβιακό στέλεχος Γρίπης [17, 18, 19].

Επιπλέον πληροφορίες πάνω στα θεωρητικά θέματα που αφορούν τη λειτουργία και τη μετάδοση του ιού της Γρίπης μπορούν να βρεθούν στα παρακάτω [13], [14], [15], [16].

5.3. Αλγόριθμος Εξέλιξης του Ιού της Γρίπης

Ο αλγόριθμος που παρουσιάζεται στη συνέχεια προσομοιώνει την διαδικασία της ετήσιας εξέλιξης της Γρίπης σε ένα μονωμένο, σταθερού αριθμού ατόμων, πληθυσμό (αν πρόκειται για αλγόριθμο που εξάγει μία λύση) ή πληθυσμούς (αν πρόκειται για αλγόριθμο που εξάγει πληθυσμό λύσεων). Όπως και στη πραγματικότητα έτσι και στα πλαίσια του αλγορίθμου για κάθε πληθυσμό θα πρέπει να υπάρχει ένας φορέας (carrier) που θα μεταδώσει τον ιό σε ένα συγκεκριμένο ποσοστό των ατόμων του πληθυσμού.

Η αντιστοίχιση της ορολογίας της εξέλιξης του ιού της Γρίπης με ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης είναι η ακόλουθη:

- Φορέας (Carrier) αντιστοιχεί στη λύση του προβλήματος.
- Μόλυνση (Infection) αντιστοιχεί στην διαδικασία παραγωγής νέων λύσεων.
- Έτος (Year) αντιστοιχεί σε μία επανάληψη.
- Μετάλλαξη (Mutation) αντιστοιχεί στην διαδικασία μερικής αλλαγής της λύσης (αντιγονικό drift) κάθε μολυσμένου (Infected).
- Ανακατάταξη (Reassortment) αντιστοιχεί στην διαδικασία ολικής αλλαγής της λύσης (αντιγονικό shift) κάθε μολυσμένου (infected).
- Εμβολιασμός (Vaccination) αντιστοιχεί στην καταπολέμηση των αδύνατων λύσεων και επικράτηση των ισχυρότερων κάθε πληθυσμού.
- Γλυκοπρωτεΐνες (αντιγόνα ιού) αντιστοιχούν στις διαστάσεις του προβλήματος.

Ο φορέας αποτελεί την αρχική μας λύση και είναι ένα διάνυσμα με τις διαστάσεις του προβλήματος (στην περίπτωση αυτού του αλγορίθμου παρομοιάζονται με τα αντιγόνα του ιού που μεταφέρει). Έστω ότι τοποθετούμε από έναν φορέα σε Y πληθυσμούς N ατόμων. Τότε οι φορείς θα δίνονται από ένα πίνακα $Carriers_{ij}$ όπου $i=1...Y$ και $j=1...N$ και η απόδοση (επικινδυνότητα) του κάθε φορέα (γραμμής του πίνακα) θα εκτιμάται από μια προκαθορισμένη συνάρτηση ποιότητας (fitness function- $f(Carriers_{ij})$). Ανάλογα με το πρόβλημα που έχουμε να επιλύσουμε οι φορείς παίρνουν και αντίστοιχες αρχικές τιμές. Δηλαδή, αν έχουμε ένα πρόβλημα με συνεχείς τιμές στο διάστημα $(0,1)$ τότε οι αρχικές τιμές των λύσεων είναι τυχαίες τιμές σε αυτό το διάστημα. Αν έχουμε ένα πρόβλημα για παράδειγμα επιλογής χαρακτηριστικών όπου το 1 συμβολίζει ότι το χαρακτηριστικό έχει επιλεγεί και το 0 ότι δεν έχει επιλεγεί τότε οι φορείς παίρνουν ακέραιες τιμές 0 ή 1. Ενώ αν έχουμε ένα πρόβλημα δρομολόγησης όπου μία λύση αναπαρίσταται με μία διαδρομή τότε η κάθε μία λύση αναπαρίσταται με τη διαδρομή που αντιστοιχεί στη λύση. Στη συνέχεια υπολογίζεται η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης κάθε φορέα.

Πριν ξεκινήσει οποιαδήποτε επανάληψη του αλγορίθμου θα πρέπει να αποθηκευτεί το περιεχόμενο του πίνακα $Carriers$ σε έναν άλλο προσωρινό πίνακα P στον οποίο θα αποθηκεύονται σε κάθε επανάληψη όποιες νέες λύσεις (νέοι φορείς) έδωσαν καλύτερο αποτέλεσμα από τις αντίστοιχες τους των προηγούμενων επαναλήψεων. Έτσι στο τέλος του αλγορίθμου σε αυτόν τον πίνακα P θα είναι αποθηκευμένες οι καλύτερες λύσεις που προέκυψαν από κάθε πληθυσμό κατά την διάρκεια όλων των επαναλήψεων (ετών). Κάθε επανάληψη θεωρείται ότι αποτελεί ένα έτος στην διάρκεια του οποίου κάθε φορέας θα προσβάλει ένα ποσοστό ατόμων του πληθυσμού στον οποίο αντιστοιχεί. Σύμφωνα με την θεωρία της Γρίπης μέσα σε κάθε μολυσμένο άτομο μπορούν να γίνουν πολλές μερικές μεταλλάξεις (Mutations) δηλαδή αντιγονικά drifts ή υπό τις κατάλληλες συνθήκες, ανακατάταξη (Reassortment) των αντιγόνων του δηλαδή αντιγονικά shifts που προκαλούν ολική μεταβολή των αντιγόνων του ιού με συνέπεια την παραγωγή ενός νέου στελέχους του Γρίπης. Όσον αφορά την προσομοίωση του παραπάνω φαινομένου στον αλγόριθμο θεωρείται ότι σε κάθε άτομο που προσβάλλεται από κάποιο φορέα δεν

θα προκύπτουν πολλά αντιγονικά shifts ή drifts (όπως συμβαίνει στην πραγματικότητα) αλλά είτε ένα αντιγονικό shift είτε ένα αντιγονικό drift. Αφού προκύψουν τα αντιγονικά shift ή drift γίνονται κάποιες επαναλήψεις τοπικής αναζήτησης (π.χ. 2-opt) για βελτίωση της λύσης (αν βρεθεί κάποια καλύτερη). Η διαδικασία αυτή προσομοιώνει τη πραγματική συμπεριφορά του ιού της Γρίπης ο οποίος όταν προσβάλλει έναν άνθρωπο κάνει περισσότερες από μία μεταλλάξεις. Το αν ένας ιός κάποιου ατόμου έχει προέλθει είτε από drift είτε από shift θα απεικονίζεται από μια ειδική σήμανση στο κελί $n+1$ π.χ. 0 για drift ή 1 για shift. Πριν ξεκινήσουν οι επαναλήψεις ο ιός του κάθε φορέα θα καθορίζεται τυχαία για το αν είναι νέο στέλεχος (shift) ή ιός κοινής Γρίπης (drift).

Όταν στον αλγόριθμο αναφερόμαστε στην διαδικασία της μετάλλαξης (αντιγονικό drift) θα εννοούμε ότι στο μολυσμένο άτομο (infected) εναλλάσσονται μεταξύ τους τυχαία μέχρι και το 80% των στοιχείων του διανύσματος του φορέα και προκύπτει ιός κοινής Γρίπης.

Όταν στον αλγόριθμο αναφερόμαστε στην ανακατάταξη (αντιγονικό shift) θα πρέπει να λάβουμε υπ' όψη μας ότι το άτομο που έχει προσβληθεί από τον ιό του φορέα έχει προσβληθεί και από κάποιον άλλο τύπο ιού π.χ. γρίπη των χοίρων. Στην περίπτωση αυτή τότε παράγουμε μια επιπλέον λύση (διάνυσμα $newInf$) για το συγκεκριμένο άτομο θεωρώντας ότι αυτή η λύση αποτελεί έναν διαφορετικού τύπου ιό και ο ιός που προκύπτει από αυτό το άτομο θα είναι μια τυχαία διασταύρωση (crossover) του ιού του φορέα με τον ιό $newInf$ που παράχθηκε. Το αντιγονικό shift επειδή είναι ένα πολύ σπάνιο φαινόμενο θα έχει πολύ λίγες πιθανότητες για να συμβεί και να προκύψει νέο στέλεχος του ιού της Γρίπης.

Το αν ο ιός του φορέα είναι κοινή Γρίπη ή νέο στέλεχος καθώς επίσης η μεταδοτικότητα (contagiousness) του ιού του φορέα και η πυκνότητα (density) των ατόμων του πληθυσμού στον οποίο αντιστοιχεί συντελούν ώστε να οριστεί ο αριθμός των ατόμων του πληθυσμού που θα προσβάλλονται κάθε έτος (σε κάθε επανάληψη). Η μεταδοτικότητα του ιού και η πυκνότητα του πληθυσμού κάθε έτος είναι χαρακτηριστικά τα οποία δεν μπορούν να προβλεφθούν και είναι τυχαία για κάθε έτος, για κάθε ιό-φορέα και για κάθε πληθυσμό αντίστοιχα. Οι τιμές και των δύο χαρακτηριστικών για κάθε φορέα και για κάθε πληθυσμό θα παίρνουν τυχαίες τιμές μεταξύ 0 και 1 (0,1) σε κάθε επανάληψη. Έτσι ο αριθμός των ατόμων κάθε πληθυσμού που προσβάλλονται σε κάθε επανάληψη από τους αντίστοιχους φορείς θα προκύπτει ως εξής:

Αρχικά για κάθε πληθυσμό σε κάθε επανάληψη θα παράγεται τυχαία η μεταδοτικότητα (con) του ιού του φορέα του καθώς επίσης και η πυκνότητα (den) του πληθυσμού. Στην συνέχεια αν ο αντίστοιχος ιός του φορέα είναι νέο στέλεχος, η μεταδοτικότητα του είναι μεγαλύτερη ή ίση του 0,6 και ταυτόχρονα η πυκνότητα του πληθυσμού είναι μεγαλύτερη ή ίση του 0,7 τότε ο αριθμός των ατόμων του συγκεκριμένου πληθυσμού που θα προσβληθούν υπολογίζεται από τον τύπο:

$$inf = round(\frac{1}{2} * con * den * N) \quad (5.1)$$

Με τον τύπο αυτό πάντα θα προκύπτει ένας αριθμός ατόμων μεταξύ του 20% και του 50% του πληθυσμού δηλαδή θα υπάρχει φαινόμενο πανδημίας.

Σε αντίθετη περίπτωση ο αριθμός των ατόμων που προσβάλλονται θα είναι:

$$\inf = \text{round}\left(\frac{1}{5} * \text{con} * \text{den} * N\right), \text{ αν } \inf > \text{round}(0,05 * N) \quad (5.2)$$

ή

$$\inf = \text{round}(0,05 * N) \text{ σε κάθε άλλη περίπτωση.}$$

Χρησιμοποιώντας αυτόν τον τύπο πετυχαίνουμε να μολύνουμε το 5% έως 20% του πληθυσμού δηλαδή θα υπάρχει φαινόμενο επιδημίας.

Σε κάθε επανάληψη αφού έχει υπολογιστεί ο αριθμός των ατόμων που θα προσβληθούν σε κάποιο από τους πληθυσμούς, δημιουργείται ένας πίνακας Infected_{ij} όπου $i=1...\inf$ και $j=1...n$, για κάθε ένα πληθυσμό και κάθε γραμμή του πίνακα θα περιέχει το διάνυσμα του φορέα που πρόσβαλε τον πληθυσμό. Στη συνέχεια θα πρέπει να αποφασιστεί για κάθε άτομο του πίνακα Infected αν ο ιός που κόλλησε από τον φορέα θα υποστεί *Μετάλλαξη* ή *Ανακατάταξη*. Θεωρούμε ότι υπάρχει πιθανότητα 90% η μεταβολή του ιού κάποιου ατόμου να είναι επιπέδου *drift* (Μετάλλαξη) και 10% πιθανότητα να είναι επιπέδου *shift* (Ανακατάταξη). Όπως αναφέραμε και σε προηγούμενη παράγραφο, αν προκύψει ότι ένα μολυσμένο άτομο θα υποβληθεί σε Μετάλλαξη τότε μεταβάλλεται μέχρι και το 80% του περιεχομένου του φορέα που το έχει προσβάλλει. Αν προκύψει ότι θα υποβληθεί σε Ανακατάταξη τότε παράγεται για το συγκεκριμένο άτομο ένα τυχαίο διάνυσμα newInf με τις ίδιες διαστάσεις του διανύσματος του φορέα και γίνεται τυχαίο *crossover* με το διάνυσμα του φορέα. Στην συνέχεια για κάθε άτομο υπολογίζεται η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης.

Στο επόμενο στάδιο της επανάληψης θεωρούμε ότι λόγω παραγωγής του εμβολίου και της παροχής φαρμάκων αντιμετωπίζονται όλοι οι ιοί του πληθυσμού (γίνονται μη μεταδοτικοί) εκτός από αυτόν που έχει την καλύτερη *fitness function*. Το άτομο που είναι φορέας αυτού του ιού θα αποτελέσει τον φορέα του πληθυσμού στον οποίο ανήκει για το επόμενο έτος (επανάληψη). Τέλος εάν ο νέος φορέας έχει καλύτερη ή ίση τιμή αντικειμενικής συνάρτησης σε σχέση με τον αντίστοιχο που είναι αποθηκευμένος στον πίνακα P τότε γίνεται αντικατάσταση αλλιώς στον πίνακα P κρατιέται το προηγούμενο περιεχόμενο του.

Οι λύσεις του αλγορίθμου, αφού τελειώσουν όλες οι επαναλήψεις, είναι ο τελικός πίνακας P που προέκυψε.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται ένας αλγόριθμος που προσομοιώνει την εξέλιξη του ιού της Γρίπης για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης:

Αλγόριθμος εξέλιξης του Ιού της Γρίπης

Καθορισμός των παραμέτρων του αλγορίθμου

Καθορισμός του μέγιστου αριθμού των επαναλήψεων (έτη)

Καθορισμός του αριθμού των πληθυσμών Y

Καθορισμός του αριθμού των ατόμων κάθε πληθυσμού N

Αρχικοποίηση

Δημιουργία του αρχικού πίνακα φορέων (**Carriers**) και καθόρισε random ποιοι θα
έχουν νέο στέλεχος ιού (σήμανση 1 στο κελί $n+1$) και ποιοι κοινή γρίπη
(σήμανση 0 στο κελί $n+1$)

Υπολογισμός αντικειμενικής συνάρτησης κάθε φορέα

Αποθήκευση του πίνακα Carriers στον πίνακα **P**

Κύρια φάση

do while ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων δεν έχει επιτευχθεί:

for κάθε πληθυσμό i **do**

con = rand

den = rand

if (Carriers($i, n+1$)=1) && (con >= 0.6) && (den >= 0.7)

inf = round($1/2 * con * den * N$)

else

inf = round($1/5 * con * den * N$)

if (inf < $0.05 * N$)

inf = round($0.05 * N$)

endif

endif

Δημιουργία πίνακα μολυσμένων (**Infected**) με αριθμό γραμμών ίσο με inf
και το περιεχόμενο κάθε γραμμής θα είναι το περιεχόμενο της
γραμμής Carriers($i, :$)

For κάθε μολυσμένο j **do**

p = rand

if (p <= 0.9)

Κάνε mutation (αντιγονικό drift)

Infected($j, n+1$) = 0

Else

Κάνε reassortment (αντιγονικό shift)

Infected($j, n+1$) = 1

Endif

Υπολογισμός αντικειμενικής συνάρτησης του μολυσμένου

Εφαρμογή μεθόδου 2-opt για βελτίωση λύσης

endfor

Σύγκρινε τις γραμμές του πίνακα Infected και βρες τον μολυσμένο με την
καλύτερη αντικειμενική συνάρτηση, Infected (best, :)

Carriers($i, :$) = Infected (best, :)

if (αντ. συνάρτηση Carriers($i, :$) καλύτερη ή ίση της αντ. συνάρτησης $P(i, :)$) **do**
 $P(i, :) = Carriers(i, :)$

endif

endfor

enddo

Επιστροφή πίνακα **P**

5.4. Εφαρμογή του αλγορίθμου στο πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή με μία αντικειμενική συνάρτηση

Για να μπορέσουμε να ελέγξουμε την υπολογιστική δύναμη του αλγορίθμου αρχικά χρειάστηκε να τον εφαρμόσουμε στο πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή για την επίλυση έξι διαφορετικών παραδειγμάτων (eil, kroA, kroB, kroC, kroD, kroE). Το παράδειγμα με το όνομα «eil» αποτελείται από 51 κόμβους ενώ τα υπόλοιπα πέντε αποτελούνται από 100 κόμβους.

Στον αλγόριθμο που προγραμματίστηκε σε περιβάλλον Matlab θεωρήθηκε ως μέγιστος αριθμός επαναλήψεων οι 2000 επαναλήψεις, ο αριθμός των ατόμων κάθε πληθυσμού N ισούται με 1000 και ο αριθμός των πληθυσμών που εξετάζονται είναι ίσος με 100.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται ένας αλγόριθμος που προσομοιώνει την εξέλιξη του ιού της Γρίπης για την επίλυση του προβλήματος του Πλανόδιου Πωλητή με μία αντικειμενική συνάρτηση:

Αλγόριθμος εξέλιξης του Ιού της Γρίπης

Καθορισμός των παραμέτρων του αλγορίθμου

Καθορισμός του μέγιστου αριθμού των επαναλήψεων (2000 έτη)

Καθορισμός του αριθμού των πληθυσμών Y (100)

Καθορισμός του αριθμού των ατόμων κάθε πληθυσμού N (1000 άτομα)

Αρχικοποίηση

Δημιουργία του αρχικού πίνακα φορέων (**Carriers**) και καθόρισε random ποιοι θα έχουν νέο στέλεχος ιού (σήμανση 1 στο κελί $n+1$) και ποιοι κοινή γρίπη (σήμανση 0 στο κελί $n+1$) :

Εφαρμογή μεθόδου πλησιέστερου γείτονα για παραγωγή του πρώτου φορέα

Εφαρμογή μεθόδου 2-opt για παραγωγή των πρώτων μισών φορέων

Εφαρμογή random μεθόδου για παραγωγή των υπόλοιπων μισών φορέων

Υπολογισμός κόστους (πίνακας *kostos*) κάθε φορέα

Αποθήκευση του πίνακα Carriers στον πίνακα **P** και του *kostos* στο *veltisto_kostos*

Κύρια φάση

do while ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων δεν έχει επιτευχθεί:

for κάθε πληθυσμό i **do**

con = rand

den = rand

if (Carriers($i,n+1$)=1) && (con >= 0.6) && (den >= 0.7)

inf = round($1/2 \cdot \text{con} \cdot \text{den} \cdot N$)

else


```
inf = round(1/5*con*den*N)
if (inf < 0.05*N)
    inf = round(0.05*N)
endif
endif
Δημιουργία πίνακα μολυσμένων (Infected) με αριθμό γραμμών ίσο
με inf και το περιεχόμενο κάθε γραμμής θα είναι το
περιεχόμενο της γραμμής Carriers(i,:)
For κάθε μολυσμένο j do
    p = rand
    if (p <= 0.9)
        Κάνε mutation (αντιγονικό drift)*
        Infected(j, n+1) = 0
    Else
        Κάνε reassortment (αντιγονικό shift)**
        Infected(j, n+1) = 1
    Endif
    Υπολογισμός κόστους του μολυσμένου (πίνακας
    kostos_infected (j))
    Εφαρμογή μεθόδου 2-opt για βελτίωση λύσης
endfor
Σύγκρινε τις γραμμές του πίνακα Infected και βρες τον μολυσμένο με
το χαμηλότερο κόστος, Infected (best, :)
Carriers(i,:) = Infected (best, :)
kostos(i)= kostos_infected (best)
if (kostos(i) <= veltisto_kostos(i)) do
    P(i,:)= Carriers(i,:)
    veltisto_kostos(i)= kostos(i)
endif
endfor
enddo
Επιστροφή πίνακα P
```

*Η μετάλλαξη (mutation) σε κάθε λύση έγινε με την εφαρμογή της μεθόδου 2-opt όπως αναφέρθηκε και στα προηγούμενα κεφάλαια αλλάζοντας αφενός τη μετάβαση που δίνει το μεγαλύτερο κόστος μετάβασης και αφετέρου μια δεύτερη τυχαία επιλεγμένη μετάβαση.

**Η ανακατάταξη (reassortment) έγινε με την παραγωγή για το συγκεκριμένο άτομο που εξετάζουμε ενός τυχαίου διανύσματος newInf με τις ίδιες διαστάσεις του διανύσματος του φορέα και κάνοντας τυχαίο crossover με το διάνυσμα του φορέα.

Στη συνέχεια παρατίθεται ένας πίνακας με τα αποτελέσματα (ελάχιστα κόστη) που έδωσε η εκτέλεση του αλγορίθμου σε κάθε παράδειγμα. Η πρώτη στήλη περιέχει το ελάχιστο κόστος που επιτεύχθηκε, η δεύτερη περιέχει τα αντίστοιχα

βέλτιστα κόστη κάθε παραδείγματος και η τελευταία την απόκλιση του κόστους που επιτεύχθηκε από το βέλτιστο.

Παραδείγματα	Επιτευχθέν κόστος	Βέλτιστο κόστος	Απόκλιση από Βέλτιστο (%)
Eil	434,7659	426	2,058
kroA	22.431	21.282	5,399
kroB	23.160	22.141	4,602
kroC	21.312	20.749	2,713
kroD	22.481	21.294	5,574
kroE	23.853	22.068	8,089

Πίνακας 34. Πίνακας με κόστη για κάθε παράδειγμα

Παρατηρούμε ότι στα παραδείγματα eil και kroC η απόκλιση από το βέλτιστο είναι αρκετά μικρή σε σύγκριση με τα υπόλοιπα παραδείγματα. Ακολουθεί με απόκλιση της τάξεως του 4,6% το παράδειγμα kroB, λίγο μεγαλύτερη απόκλιση παρουσιάζουν τα παραδείγματα kroA και kroD ενώ τελευταίο σε σειρά με αρκετά μεγάλη απόκλιση από το βέλτιστο (της τάξεως του 8%) βρίσκεται το παράδειγμα kroE.

5.5. Εφαρμογή του αλγόριθμου στο πολυαντικειμενικό πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή

Στο κεφάλαιο αυτό αναφέρονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή του αλγόριθμου της Εξέλιξης του Ιού της Γρίπης στο πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή με πολλές αντικειμενικές συναρτήσεις.

Τα παραδείγματα που χρησιμοποιήθηκαν είναι τα ίδια με αυτά που χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση του ίδιου προβλήματος με τον αλγόριθμο Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μελισσών (kroA100, kroB100, kroC100, kroD100, kroE100). Στον αλγόριθμο που προγραμματίστηκε σε περιβάλλον Matlab θεωρήθηκε ως μέγιστος αριθμός επαναλήψεων οι 100 επαναλήψεις, ο αριθμός των ατόμων κάθε πληθυσμού N ισούται με 100 και ο αριθμός των πληθυσμών που εξετάζονται είναι ίσος με 100.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται ο ψευδοκώδικας που εφαρμόστηκε για την επίλυση του πολυαντικειμενικού προβλήματος του Πλανόδιου Πωλητή με χρήση του αλγόριθμου της Εξέλιξης του Ιού της Γρίπης:

Αλγόριθμος εξέλιξης του Ιού της Γρίπης

Καθορισμός των παραμέτρων του αλγορίθμου

Καθορισμός του μέγιστου αριθμού των επαναλήψεων (100 έτη)

Καθορισμός του αριθμού των πληθυσμών Y (100)

Καθορισμός του αριθμού των ατόμων κάθε πληθυσμού N (100 άτομα)

Αρχικοποίηση

Δημιουργία του αρχικού πίνακα φορέων (**Carriers**) και καθόρισε random ποιοι θα έχουν νέο στέλεχος ιού (σήμανση 1 στο κελί $n+1$) και ποιοι κοινή γρίπη (σήμανση 0 στο κελί $n+1$) :

Εφαρμογή μεθόδου πλησιέστερου γείτονα για παραγωγή του πρώτου φορέα

Εφαρμογή μεθόδου 2-opt για παραγωγή των πρώτων μισών φορέων

Εφαρμογή random μεθόδου για παραγωγή των υπόλοιπων μισών φορέων

Υπολογισμός κόστους (kostos) κάθε φορέα

Αποθήκευση του πίνακα Carriers στον πίνακα **P** και του kostos στο veltisto_kostos

Υπολογισμός Pareto_P και Pareto_kostos

Κύρια φάση

do while ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων δεν έχει επιτευχθεί:

for κάθε πληθυσμό i **do**

con = rand

den = rand

if (Carriers($i, n+1$)=1) && (con >= 0.6) && (den >= 0.7)

inf = round($1/2 * con * den * N$)

else

inf = round($1/5 * con * den * N$)

if (inf < $0.05 * N$)

inf = round($0.05 * N$)

endif

endif

Δημιουργία πίνακα μολυσμένων (**Infected**) με αριθμό γραμμών ίσο με inf και το περιεχόμενο κάθε γραμμής θα είναι το περιεχόμενο της γραμμής Carriers($i, :$)

For κάθε μολυσμένο j **do**

p = rand

if ($p \leq 0.9$)

Κάνε mutation (αντιγονικό drift)*

Infected($j, n+1$) = 0

Else

Κάνε reassortment (αντιγονικό shift)**

Infected($j, n+1$) = 1

Endif

Υπολογισμός κόστους του μολυσμένου (πίνακας kostos_infected($j, :$))

Εφαρμογή μεθόδου 2-opt για βελτίωση λύσης

Endfor

Εύρεση Pareto πίνακα Infected (πίνακας Pareto_Infected) και επιλογή με τυχαίο τρόπο του Infected (best, :)

Υπολογισμός κόστους πίνακα Pareto_Infected (πίνακας Pareto_kostos_inf)

Carriers(i,:) = Pareto_Infected (best, :)

kostos(i,:)= Pareto_kostos_inf (best,:)

if (kostos(i,j) <= veltisto_kostos(i,j)) για κάθε j **do**

P(i,:)= Carriers(i,:)

veltisto_kostos(i,:)= kostos(i,:)

endif

endfor

Εύρεση νέων πινάκων Pareto_P και Pareto_kostos

enddo

Επιστροφή πίνακα P

Εφαρμογή αλγόριθμου φυσαλίδας για ταξινόμηση του πίνακα Pareto_kostos κατά αύξουσα σειρά

Σχεδιασμός διαγραμμάτων Pareto μετώπου

Υπολογισμός απόδοσης για πίνακες Pareto_kostos

Παρακάτω παρατίθενται τα αποτελέσματα όλων των συνδυασμών καθώς επίσης και τα καλύτερα διαγράμματα από συνδυασμό δύο, τριών, τεσσάρων και πέντε αντικειμενικών συναρτήσεων που προέκυψαν εκτελώντας τα προγράμματα στη MATLAB.

Τα αποτελέσματα του συνδυασμού δύο αντικειμενικών συναρτήσεων παρουσιάζονται παρακάτω:

Συνδυασμοί kro	w	Mk
A-B	10	272.2029
A-C	10	325.8305
A-D	8	254.8359
A-E	10	306.8386
B-C	9	317.9113
B-D	10	310.6135
B-E	9	293.5653
C-D	13	259.6127
C-E	9	289.8814
D-E	9	278.6781

Πίνακας 35. Αποτελέσματα συνδυασμού δύο αντικειμενικών συναρτήσεων

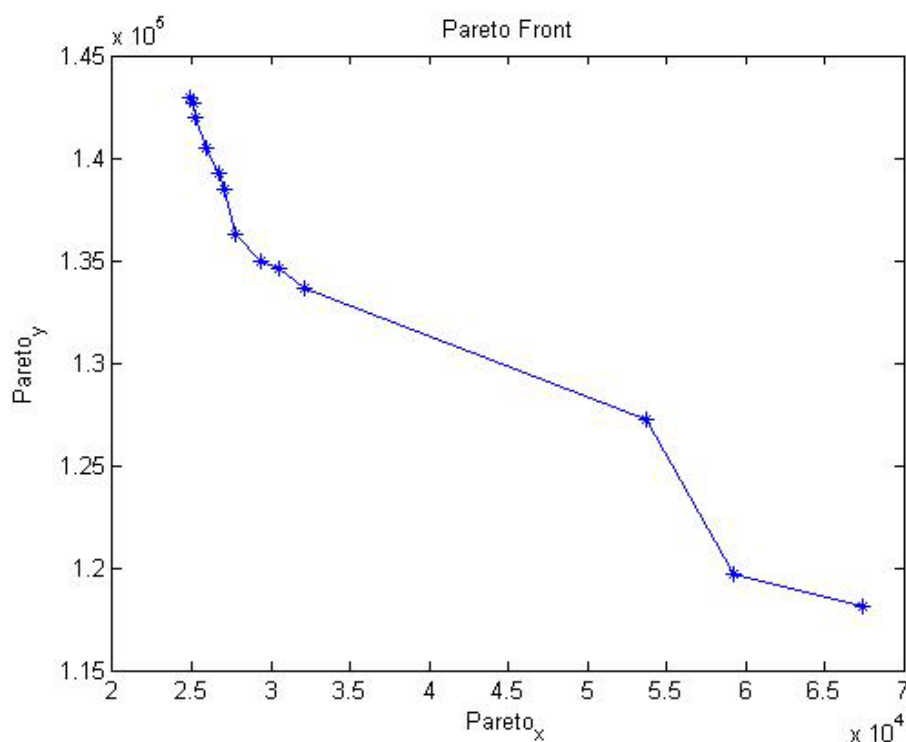
Όπως μπορεί κανείς να παρατηρήσει από τον πίνακα 35 οι πέντε καλύτεροι συνδυασμοί με τον μεγαλύτερο αριθμό λύσεων στο Pareto μέτωπο είναι: ο kroC-kroD (13 λύσεις), ο kroB-kroD (10 λύσεις), ο kroA-kroB (10 λύσεις), ο kroA-kroC (10 λύσεις) και ο kroA-kroE (10 λύσεις). Οι τρεις συνδυασμοί που έδωσαν τις καλύτερες αποδόσεις όσον αφορά το μέτρο απόδοσης κόστους Mk είναι: ο kroA-kroC (325.8305), ο kroB-kroC (317.9113) και ο kroB-kroD (310.6135).

Καλύτερα διαγράμματα από συνδυασμό δύο αντικειμενικών συναρτήσεων

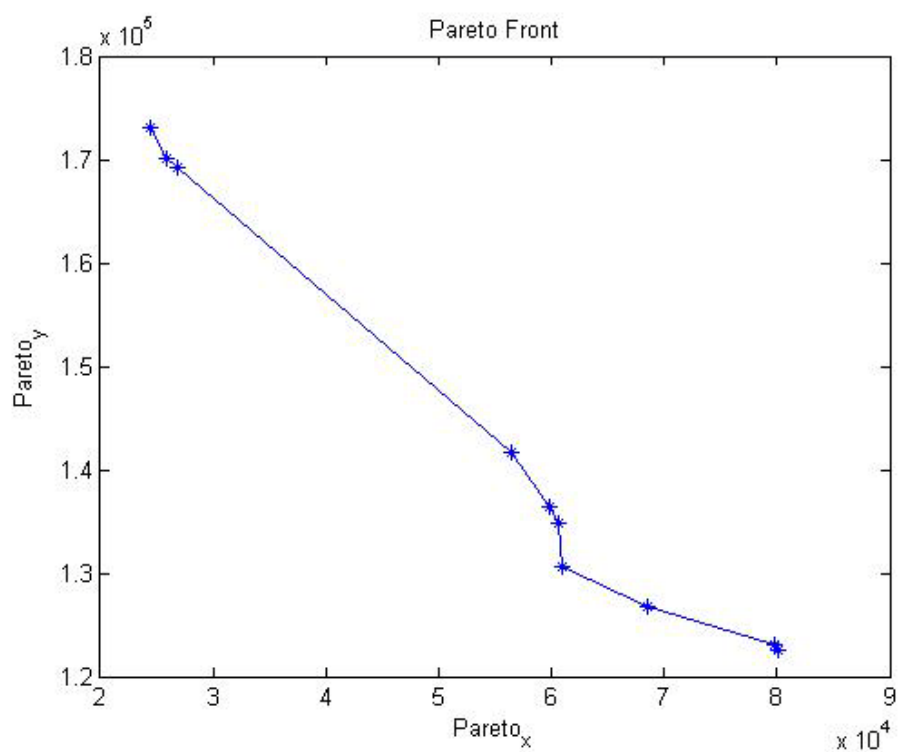
Τα κριτήρια με βάση τα οποία επιλέξαμε τα καλύτερα διαγράμματα είναι τα εξής:

- αριθμός σημείων στο διάγραμμα
- διασπορά των σημείων
- καμπυλότητα (κυρτότητα) της καμπύλης

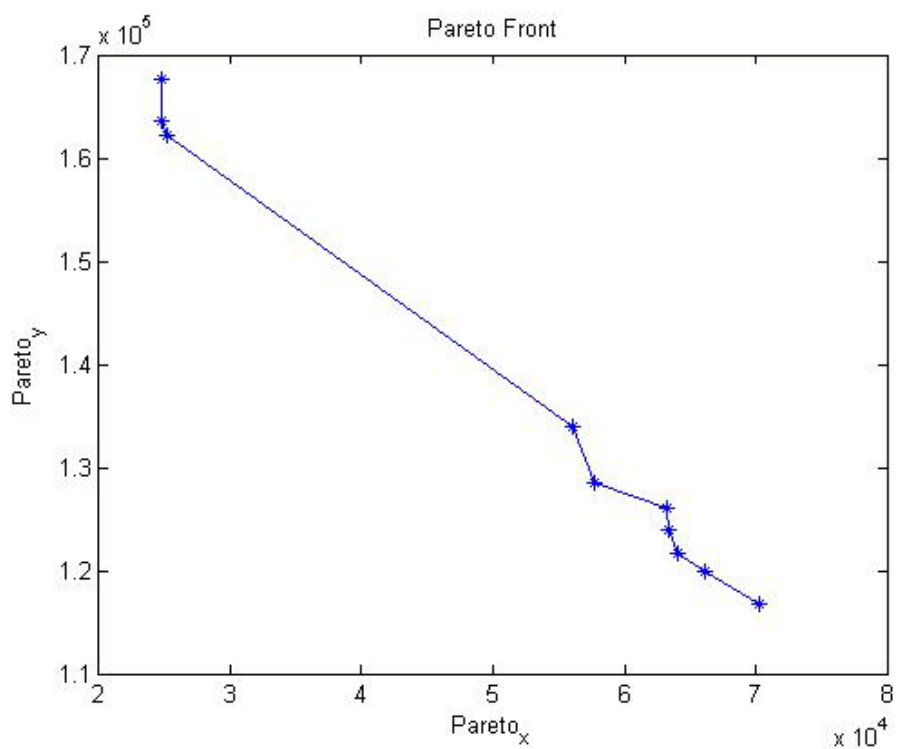
Τα καλύτερα διαγράμματα παρουσιάζονται στη συνέχεια:



Διάγραμμα 27. Συνδυασμός kroC-kroD του αλγορίθμου Εξέλιξης του Ιού της Γρίπης



Διάγραμμα 28. Συνδυασμός kroA-kroC του αλγορίθμου Εξέλιξης του Ιού της Γρίπης



Διάγραμμα 29. Συνδυασμός kroB-kroD του αλγορίθμου Εξέλιξης του Ιού της Γρίπης

Τα αποτελέσματα του συνδυασμού τριών αντικειμενικών συναρτήσεων παρουσιάζονται παρακάτω:

Συνδυασμοί kro	w	Mk
A-B-C	12	423.0742
A-B-D	18	344.7071
A-B-E	14	357.5624
A-C-D	24	345.1109
A-C-E	19	369.9251
A-D-E	16	358.5725
B-C-D	21	356.9168
B-C-E	19	371.6014
B-D-E	16	369.8401
C-D-E	22	348.1499

Πίνακας 36. Αποτελέσματα συνδυασμού τριών αντικειμενικών συναρτήσεων

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα του πίνακα 36 οι τρεις καλύτεροι συνδυασμοί με τον μεγαλύτερο αριθμό λύσεων στο Pareto μέτωπο είναι: ο kroA-kroC-kroD (24 λύσεις), ο kroC-kroD-kroE (22 λύσεις) και ο kroB-kroC-kroD (21 λύσεις). Οι συνδυασμοί που έδωσαν τις καλύτερες αποδόσεις όσων αφορά το μέτρο απόδοσης κόστους Mk είναι: ο kroA-kroB-kroC (423.0742), ο kroB-kroC-kroE (371.6014) και ο kroA-kroC-kroE (369.9251).

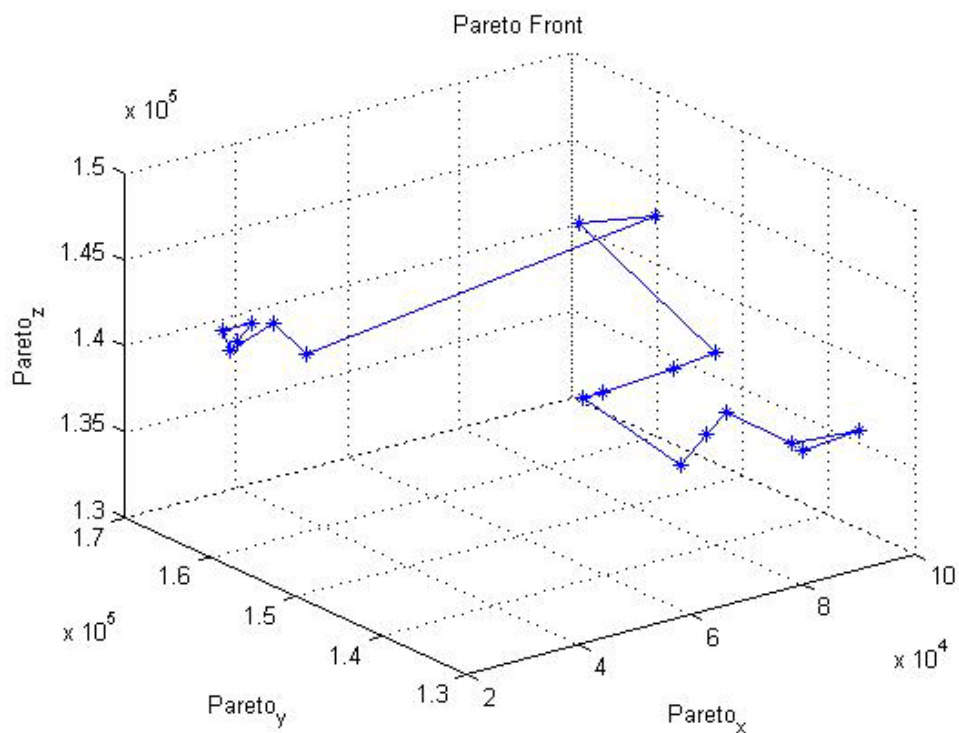
Καλύτερα διαγράμματα από συνδυασμό τριών αντικειμενικών συναρτήσεων

Τα κριτήρια με βάση τα οποία επιλέξαμε τα καλύτερα διαγράμματα είναι τα εξής:

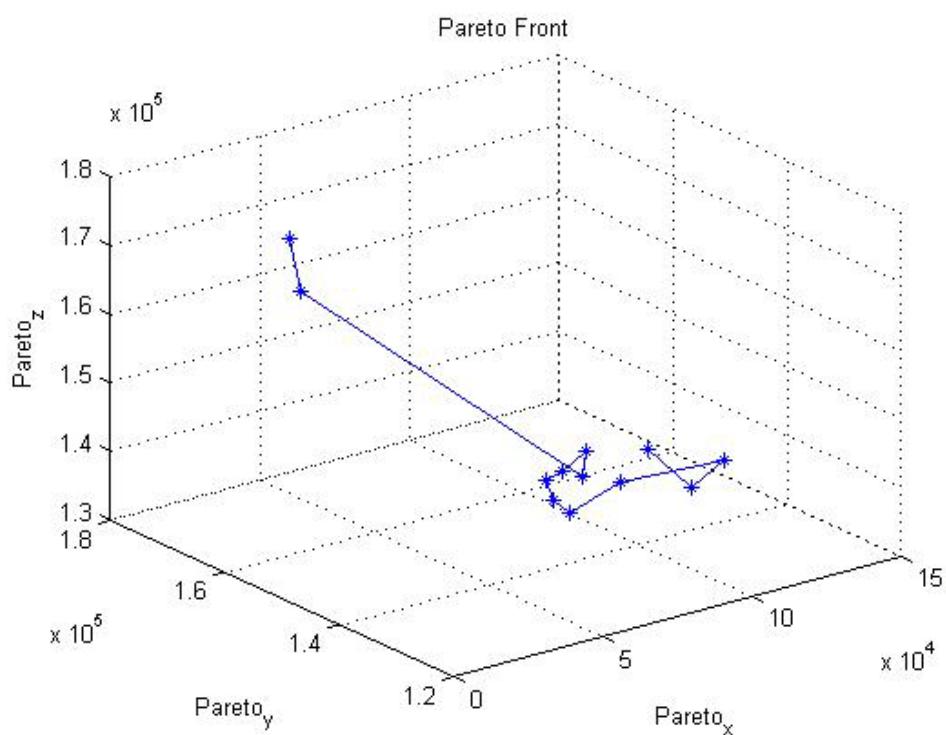
- αριθμός σημείων στο διάγραμμα
- διασπορά των σημείων
- καμπυλότητα (κυρτότητα) της καμπύλης

Παρόλα αυτά η παρατήρηση των παραπάνω χαρακτηριστικών είναι αρκετά δύσκολη σε ένα τρισδιάστατο διάγραμμα.

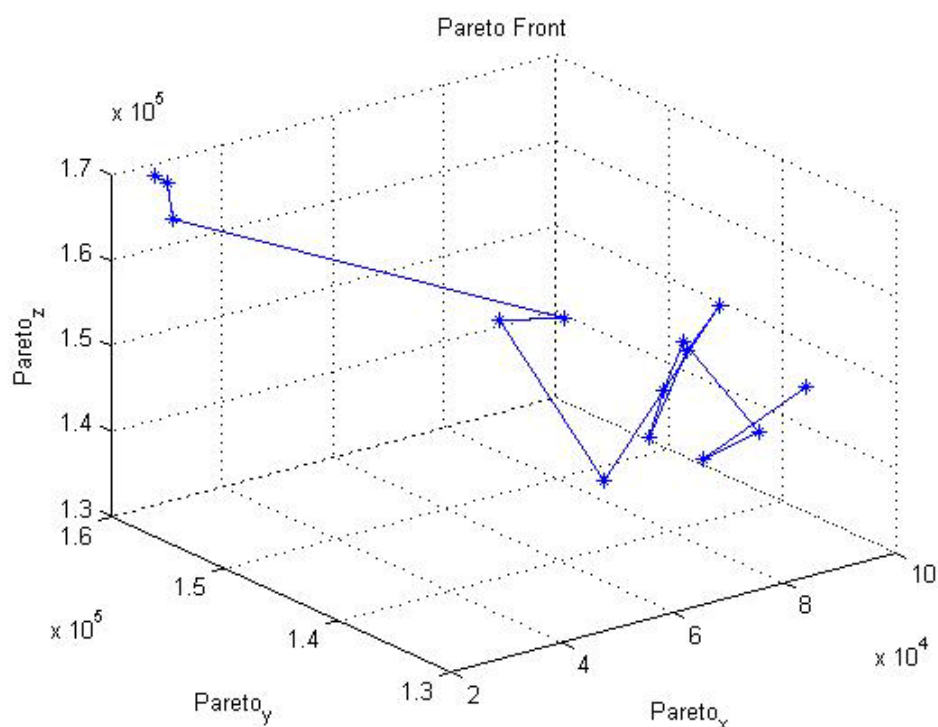
Τα καλύτερα διαγράμματα παρουσιάζονται στη συνέχεια:



Διάγραμμα 30. Συνδυασμός kroA-kroB-kroD του αλγορίθμου Εξέλιξης του Ιού της Γρίπης



Διάγραμμα 31. Συνδυασμός kroA-kroB-kroC του αλγορίθμου Εξέλιξης του Ιού της Γρίπης



Διάγραμμα 32. Συνδυασμός kroA-kroB-kroE του αλγορίθμου Εξέλιξης του Ιού της Γρίπης

Τα αποτελέσματα του συνδυασμού τεσσάρων αντικειμενικών συναρτήσεων παρουσιάζονται παρακάτω:

Συνδυασμοί kro	w	Mk
A-B-C-D	13	474.8936
A-B-C-E	19	496.4799
A-B-D-E	18	393.2082
A-C-D-E	21	420.6677
B-C-D-E	24	459.1125

Πίνακας 37. Αποτελέσματα συνδυασμού τεσσάρων αντικειμενικών συναρτήσεων

Παρατηρώντας τα αποτελέσματα του πίνακα 37 οι δύο καλύτεροι συνδυασμοί με τον μεγαλύτερο αριθμό λύσεων στο Pareto μέτωπο είναι: ο kroB-kroC-kroD-kroE (24 λύσεις) και ο kroA-kroC-kroD-kroE (21 λύσεις). Οι συνδυασμοί που έδωσαν τις καλύτερες αποδόσεις όσον αφορά το μέτρο απόδοσης κόστους Mk είναι: ο kroA-kroB-kroC-kroE (496.4799) και ο kroA-kroB-kroC-kroD (474.8936).

Τα αποτελέσματα του συνδυασμού πέντε αντικειμενικών συναρτήσεων παρουσιάζονται παρακάτω:

Συνδυασμοί kro	w	Mk
A-B-C-D-E	31	518.113

Πίνακας 38. Αποτελέσματα συνδυασμού πέντε αντικειμενικών συναρτήσεων

Τέλος παρατηρούμε ότι για τον συνδυασμό των πέντε αντικειμενικών οι λύσεις του Pareto μετώπου ανέρχονται στις 31 με απόδοση κόστους Mk ίση με 518.113.

Προκειμένου να αξιολογήσουμε καλύτερα τα αποτελέσματα του αλγορίθμου Εξέλιξης του Ιού της Γρίπης θα τα συγκρίνουμε με τα αντίστοιχα αποτελέσματα δύο ακόμα αλγορίθμων, του Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης Γενετικού Αλγορίθμου II (NSGA-II) και του αλγορίθμου Διαφορικής Εξέλιξης (DE) όπως ακριβώς κάναμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο με τον αλγόριθμο Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μελισσών. Οι πίνακες των αποτελεσμάτων παρατίθενται στη συνέχεια:

Συνδυασμοί 2 αντικειμενικών (kro)	Μέθοδος									
	Εξέλιξη Ιού Γρίπης		DE						NSGA-II	
			Μέθοδος 1		Μέθοδος 2		Μέθοδος 3			
	w	Mk	w	Mk	w	Mk	w	Mk	w	Mk
A-B	10	272.2029	6	392.3983	6	408.9780	7	392.4582	2	333.0224
A-C	10	325.8305	7	405.2063	5	391.4360	5	392.7250	5	402.6900
A-D	8	254.8359	5	338.1766	8	374.8546	4	374.4321	5	388.5873
A-E	10	306.8386	4	330.2122	4	414.3019	11	391.6453	4	384.3312
B-C	9	317.9113	4	320.1671	4	371.5914	5	406.2216	8	402.6960
B-D	10	310.6135	9	379.9901	13	362.8458	5	330.3136	7	410.5412
B-E	9	293.5653	4	393.1404	12	399.9985	4	380.4533	3	382.7802
C-D	13	259.6127	3	337.4161	5	313.3772	4	295.3634	2	392.6577
C-E	9	289.8814	3	373.7596	5	396.1393	4	405.9965	3	391.8747
D-E	9	278.6781	3	295.4633	5	381.3050	6	420.3723	5	385.9500

Πίνακας 39. Αποτελέσματα συνδυασμού δύο αντικειμενικών συναρτήσεων

Παρατηρώντας τον πίνακα 39 μπορούμε να καταλήξουμε στα παρακάτω συμπεράσματα:

Όσον αφορά των αριθμό Pareto λύσεων (w) ο αλγόριθμος Εξέλιξης του Ιού της Γρίπης υπερέχει των άλλων δύο αλγορίθμων σε όλους τους συνδυασμούς εκτός από τον kroA-kroE της μεθόδου 3 του αλγορίθμου DE, τον kroB-kroD της μεθόδου 2 του αλγορίθμου DE και kroC-kroE και τον τον kroB-kroE της μεθόδου 2 του αλγορίθμου DE. Στο συνδυασμό kroA-kroD ο αλγόριθμος Εξέλιξης του Ιού της Γρίπης έχει τον μέγιστο αριθμό λύσεων (8 λύσεις) με αυτόν της μεθόδου 2 του αλγορίθμου DE. Όσον αφορά το μέτρο απόδοσης κόστους (Mk) ο αλγόριθμος Εξέλιξης του Ιού της Γρίπης δεν κατάφερε να ξεπεράσει κανένα από τους άλλους αλγορίθμους.

Συνδυασμοί 3 αντικειμενικών (kro)	Μέθοδος									
	Εξέλιξη Ιού Γρίπης		DE						NSGA-II	
			Μέθοδος 1		Μέθοδος 2		Μέθοδος 3			
	w	Mk	w	Mk	w	Mk	w	Mk	w	Mk
A-B-C	12	423.0742	11	435.5202	15	436.6743	9	442.9309	7	446.2135
A-B-D	18	344.7071	7	421.0409	17	421.7105	11	431.0438	4	390.3854
A-B-E	14	357.5624	11	431.2011	9	457.0558	15	445.4237	15	484.8048
A-C-D	24	345.1109	12	443.5835	18	454.9292	14	413.2321	10	446.0371
A-C-E	19	369.9251	12	434.4562	20	449.3261	7	438.6303	13	458.9854
A-D-E	16	358.5725	7	422.5647	16	436.6049	10	451.7475	15	463.4097
B-C-D	21	356.9168	17	455.9907	18	465.0158	11	419.2626	19	464.7986
B-C-E	19	371.6014	10	448.0142	13	428.8333	15	433.0490	13	468.5742
B-D-E	16	369.8401	11	420.8532	8	427.6774	19	450.2953	20	462.8306
C-D-E	22	348.1499	10	450.4639	8	430.9586	13	433.3687	17	448.4641

Πίνακας 40. Αποτελέσματα συνδυασμού τριών αντικειμενικών συναρτήσεων

Παρατηρώντας τον πίνακα 40 μπορούμε να καταλήξουμε στα παρακάτω συμπεράσματα:

Όσον αφορά των αριθμό Pareto λύσεων (w) ο αλγόριθμος Εξέλιξης του Ιού της Γρίπης υπερέχει των άλλων δύο αλγορίθμων σε πέντε από τους συνδυασμούς ενώ έχει τον ίδιο μέγιστο αριθμό λύσεων στον συνδυασμό kroA-kroD-kroE με αυτόν της μεθόδου 2 του αλγορίθμου DE. Όσον αφορά το μέτρο απόδοσης κόστους (Mk) ο αλγόριθμος Εξέλιξης του Ιού της Γρίπης δεν κατάφερε να ξεπεράσει κανένα από τους άλλους αλγορίθμους.

Συνδυασμοί 4 αντικειμενικών (kro)	Μέθοδος									
	Εξέλιξη Ιού Γρίπης		DE						NSGA-II	
			Μέθοδος 1		Μέθοδος 2		Μέθοδος 3			
	w	Mk	w	Mk	w	Mk	w	Mk	w	Mk
A-B-C-D	13	474.8936	22	473.5804	24	494.4917	18	471.3522	13	484.0148
A-B-C-E	19	496.4799	19	464.7597	17	486.9205	26	491.6479	21	511.8110
A-B-D-E	18	393.2082	26	479.1165	20	481.3036	14	465.8385	22	498.4497
A-C-D-E	21	420.6677	16	471.3459	21	512.3703	20	476.8953	26	509.3881
B-C-D-E	24	459.1125	15	484.6614	30	496.0151	22	491.9599	22	509.1771

Πίνακας 41. Αποτελέσματα συνδυασμού τεσσάρων αντικειμενικών συναρτήσεων

Παρατηρώντας τον πίνακα 41 μπορούμε να καταλήξουμε στα παρακάτω συμπεράσματα:

Όσον αφορά των αριθμό Pareto λύσεων (w) ο αλγόριθμος Εξέλιξης του Ιού της Γρίπης υπερέρχει των άλλων δύο αλγορίθμων σε έναν από τους συνδυασμούς (kroB-kroC-kroD-kroE με 24 λύσεις) ενώ σε ένα συνδυασμό (kroA-kroB-kroC-kroE) ξεπεράστηκε από την μέθοδο 3 του αλγορίθμου DE και από τον NSGA-II. Στον πρώτο συνδυασμό (kroA-kroB-kroC-kroD) έχει τον χαμηλότερο αριθμό λύσεων (13 λύσεις) μαζί με τον αλγόριθμο NSGA-II ενώ στον συνδυασμό kroA-kroC-kroD-kroE έχει τον δεύτερο μεγαλύτερο αριθμό λύσεων μαζί με την μέθοδο 2 του DE. Όσον αφορά το μέτρο απόδοσης κόστους (Mk) ο αλγόριθμος Εξέλιξης του Ιού της Γρίπης ξεπέρασε τη μέθοδο 3 του DE στο συνδυασμό kroA-kroB-kroC-kroD και όλες τις μεθόδους του DE στο συνδυασμό kroA-kroB-kroC-kroE.

Συνδυασμοί 5 αντικειμενικών (kro)	Μέθοδος									
	Εξέλιξη Ιού Γρίπης		DE						NSGA-II	
			Μέθοδος 1		Μέθοδος 2		Μέθοδος 3			
	w	Mk	w	Mk	w	Mk	w	Mk	w	Mk
A-B-C-D-E	31	518.113	35	533.0592	23	508.5014	35	536.1418	27	525.8698

Πίνακας 42. Αποτελέσματα συνδυασμού πέντε αντικειμενικών συναρτήσεων

Παρατηρώντας τον πίνακα 42 μπορούμε να καταλήξουμε στα παρακάτω συμπεράσματα:

Όσον αφορά των αριθμό Pareto λύσεων (w) ο αλγόριθμος Εξέλιξης του Ιού της Γρίπης υπερέρχει της μεθόδου 2 του αλγορίθμου DE και του αλγορίθμου NSGA-II.

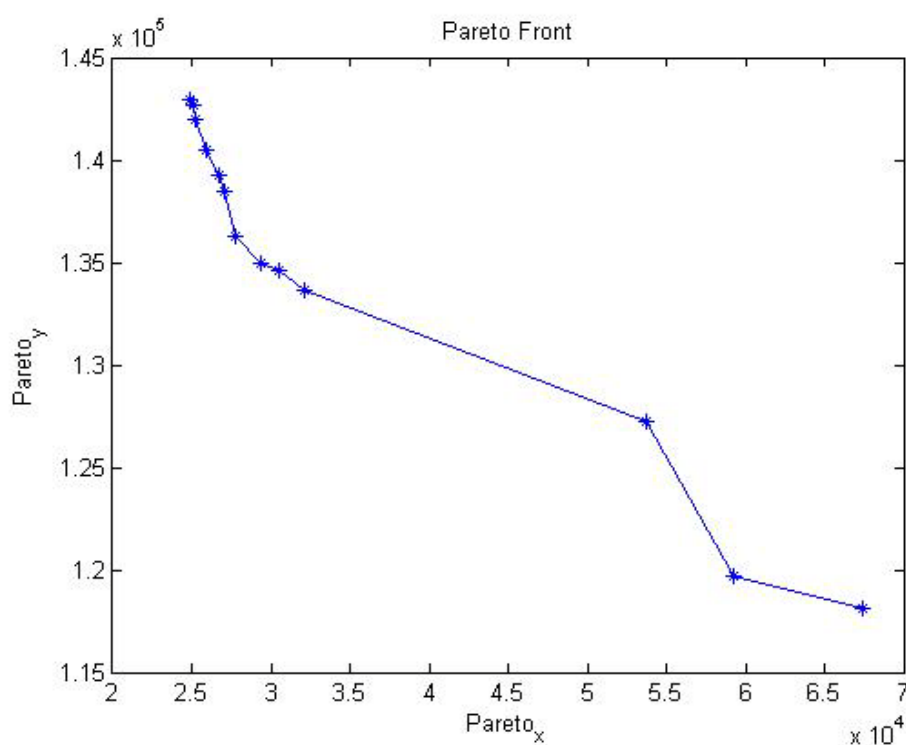
Όσον αφορά το μέτρο απόδοσης κόστους (Mk) ο αλγόριθμος Εξέλιξης του Ιού της Γρίπης ξεπέρασε τη μέθοδο 2 του αλγορίθμου DE.

Στη συνέχεια παρατίθενται και συγκρίνονται τα πιο αντιπροσωπευτικά διαγράμματα από τους συνδυασμούς δύο αντικειμενικών συναρτήσεων των τριών αλγορίθμων.

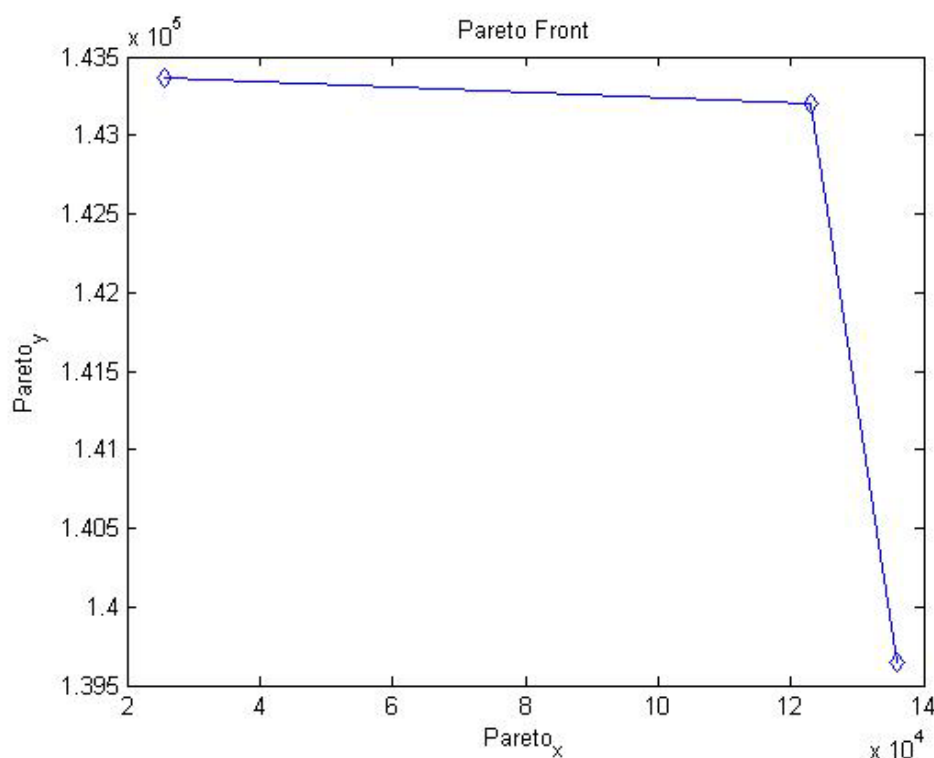
Όπως αναφέρθηκε και στο προηγούμενο κεφάλαιο τα κριτήρια με βάση τα οποία επιλέξαμε τα καλύτερα διαγράμματα είναι τα εξής:

- αριθμός σημείων στο διάγραμμα
- διασπορά των σημείων
- καμπυλότητα (κυρτότητα) της καμπύλης

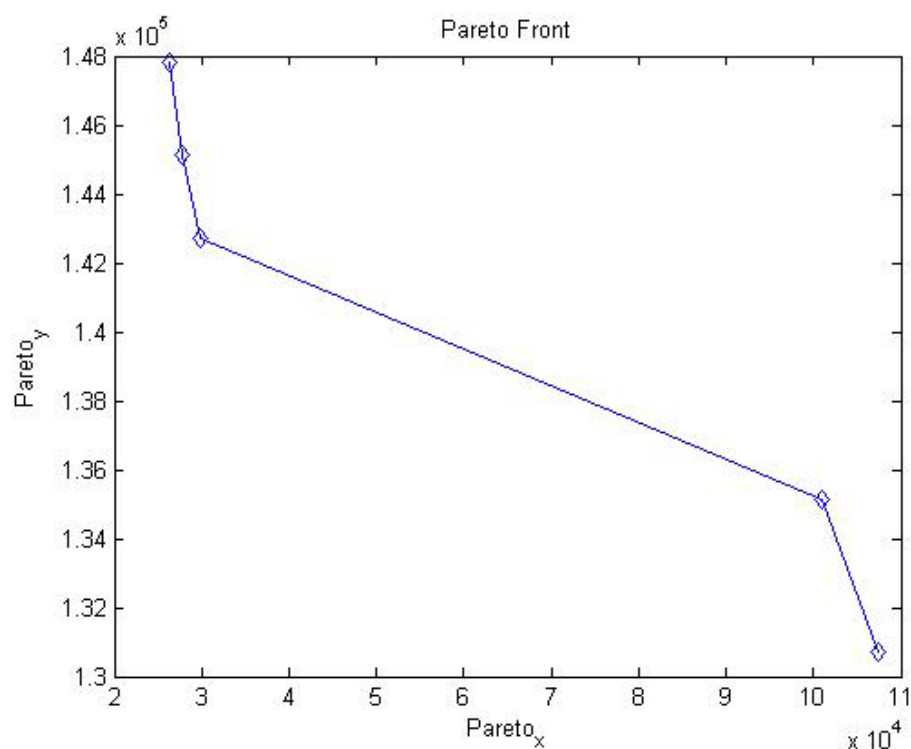
Διαγράμματα συνδυασμού kroC-kroD



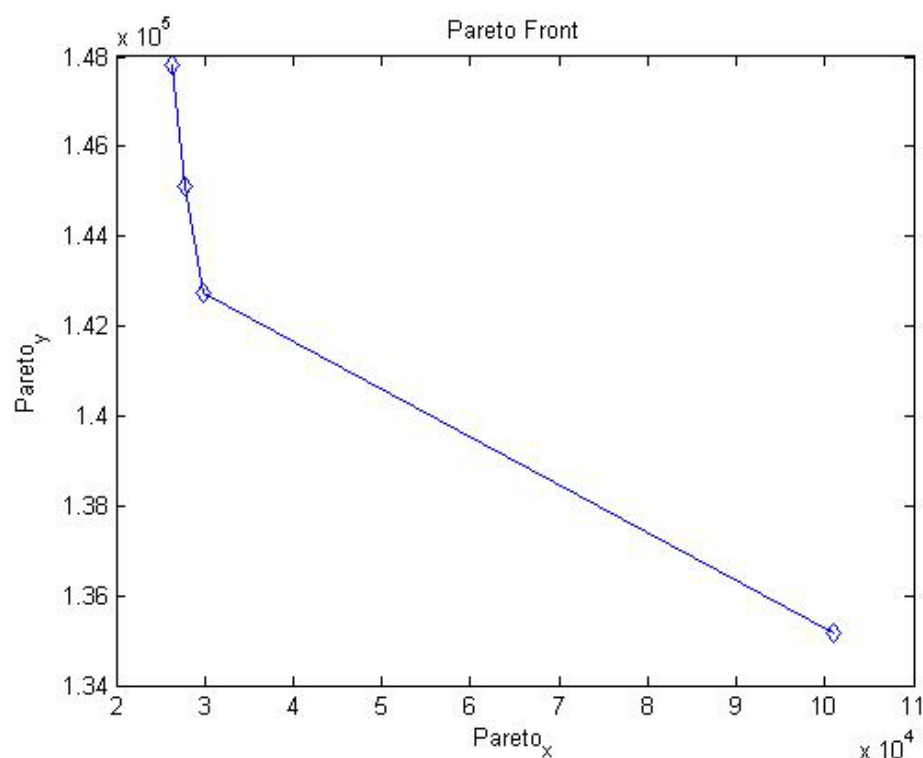
Διάγραμμα 33. Συνδυασμός kroC-kroD του αλγορίθμου Εξέλιξης του Ιού της Γρίπης



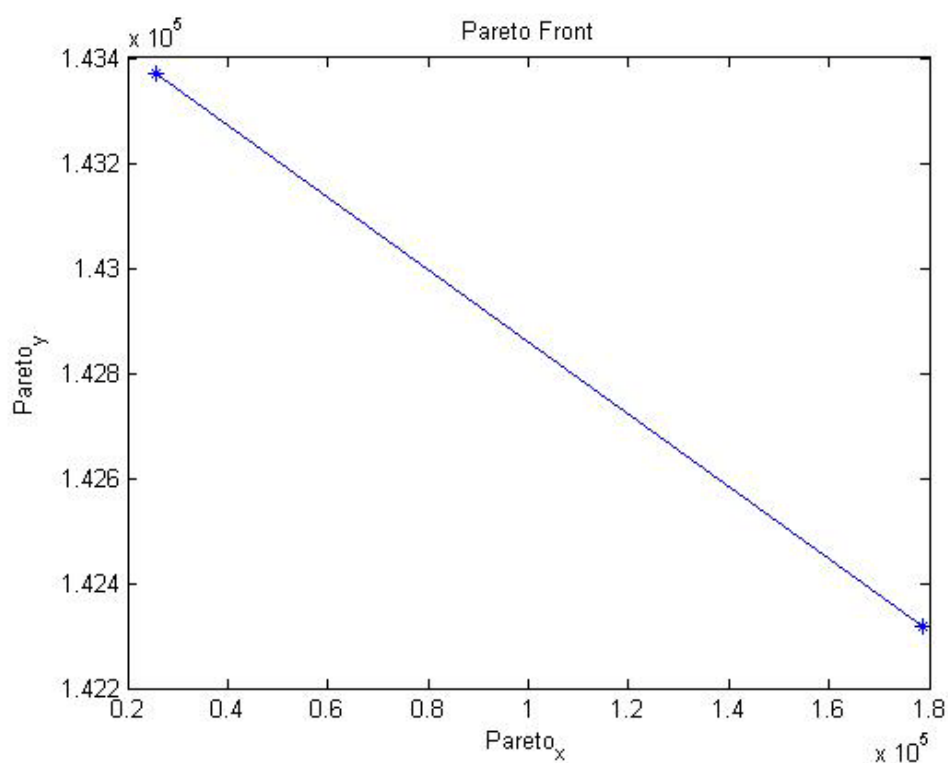
Διάγραμμα 34. Συνδυασμός kroC-kroD της μεθόδου 1 του αλγορίθμου DE



Διάγραμμα 35. Συνδυασμός kroC-kroD της μεθόδου 2 του αλγορίθμου DE



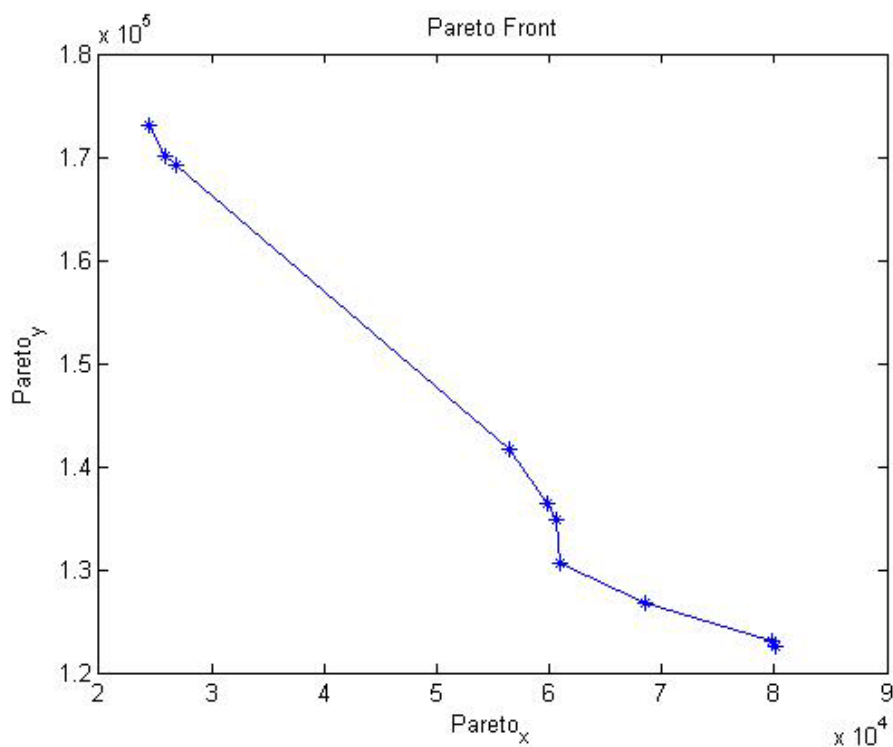
Διάγραμμα 36. Συνδυασμός kroC-kroD της μεθόδου 3 του αλγορίθμου DE



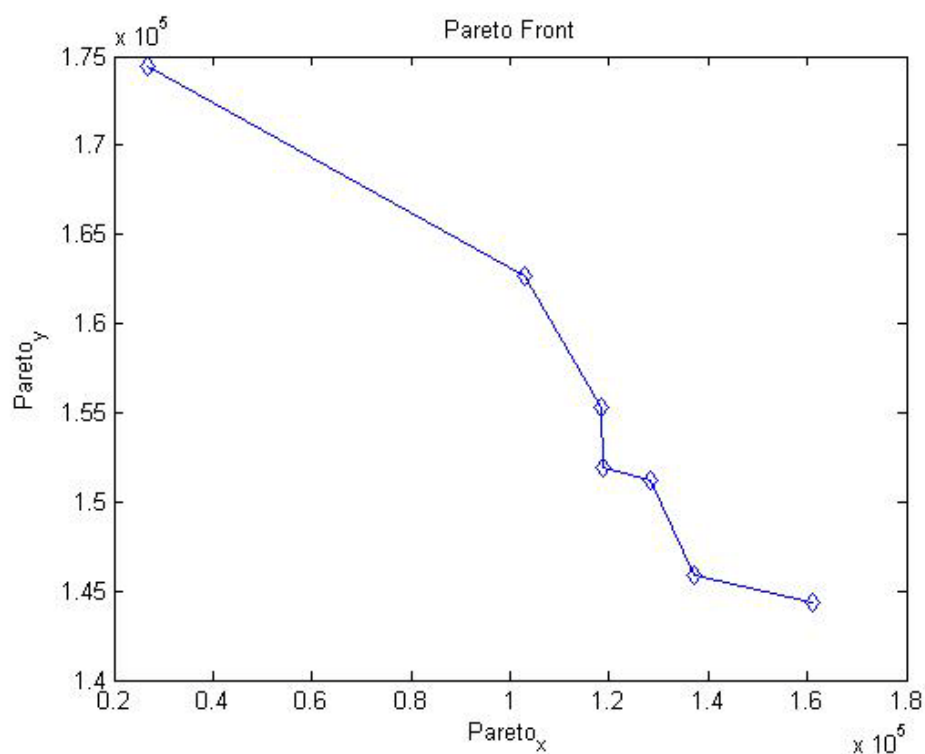
Διάγραμμα 37. Συνδυασμός kroC-kroD του αλγορίθμου NSGA-II

Όπως φαίνεται από τα παραπάνω διαγράμματα του συνδυασμού kroC-kroD ο αλγόριθμος της Εξέλιξης του Ιού της Γρίπης έχει εξάγει ένα πολύ καλό διάγραμμα σε σχέση με αυτά που έχουν εξάγει οι άλλοι αλγόριθμοι. Έχει τον μεγαλύτερο αριθμό λύσεων και αρκετά καλή διασπορά και κυρτότητα σε σχέση με τα άλλα διαγράμματα.

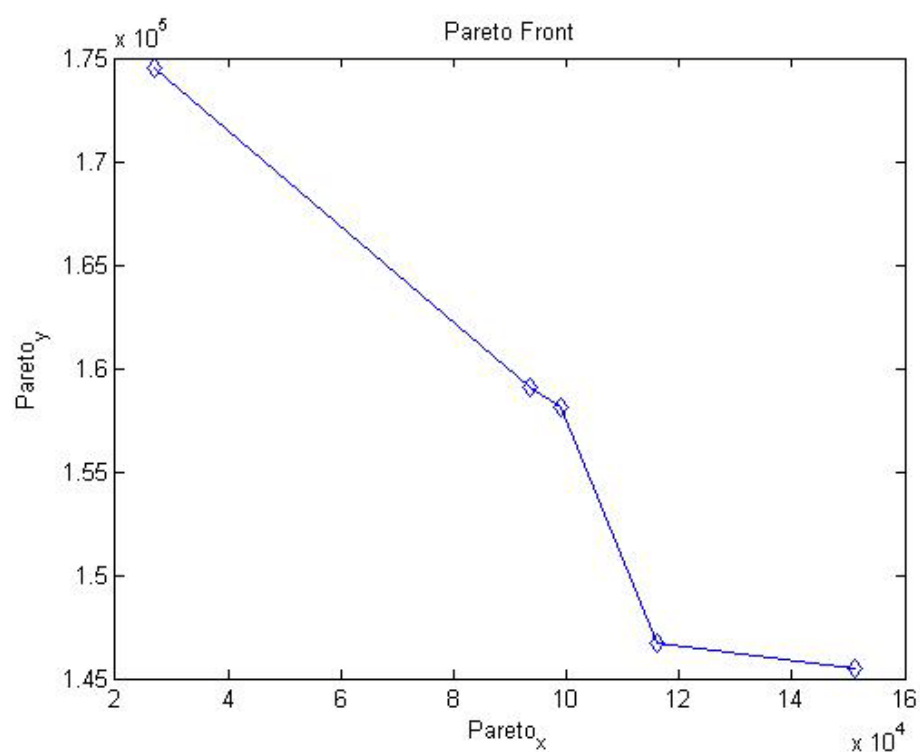
Διαγράμματα συνδυασμού kroA-kroC



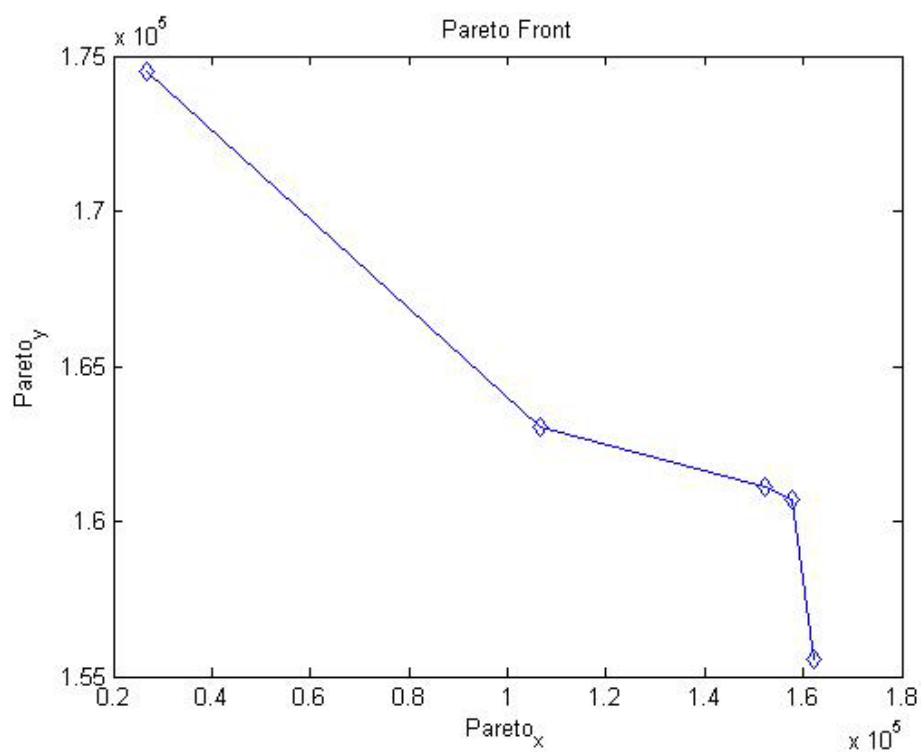
Διάγραμμα 38. Συνδυασμός kroA-kroC του αλγορίθμου Εξέλιξης του Ιού της Γρίπης



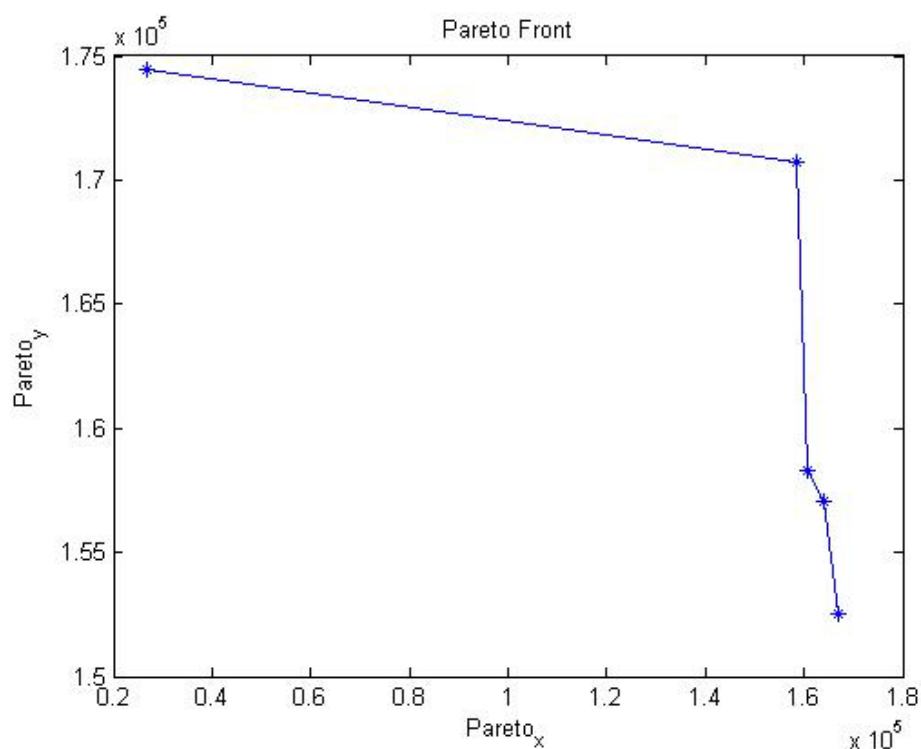
Διάγραμμα 39. Συνδυασμός kroA-kroC της μεθόδου 1 του αλγορίθμου DE



Διάγραμμα 40. Συνδυασμός kroA-kroC της μεθόδου 2 του αλγορίθμου DE



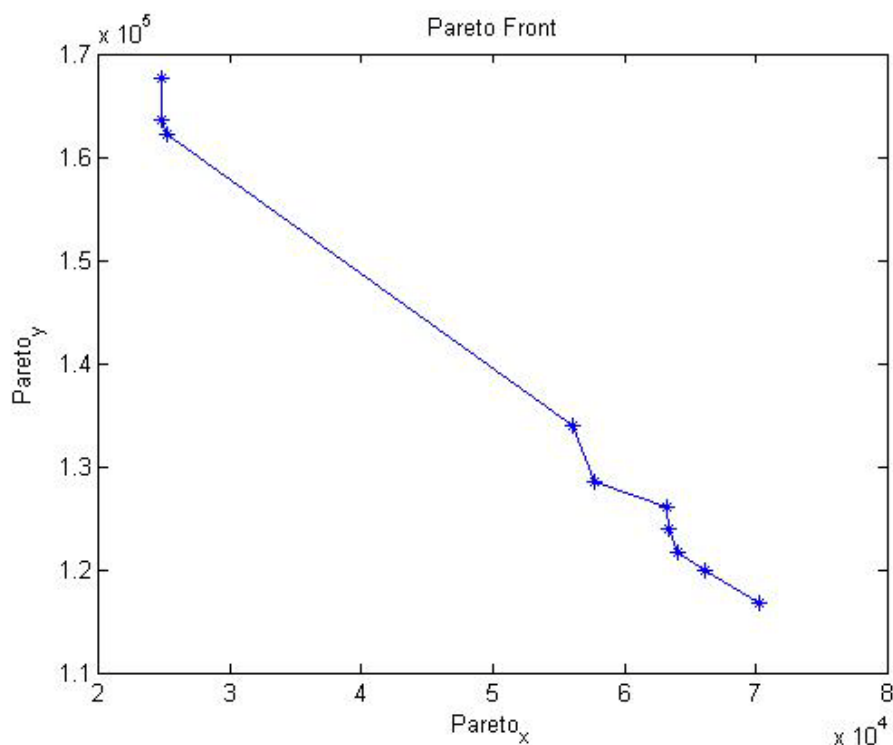
Διάγραμμα 41. Συνδυασμός kroA-kroC της μεθόδου 3 του αλγορίθμου DE



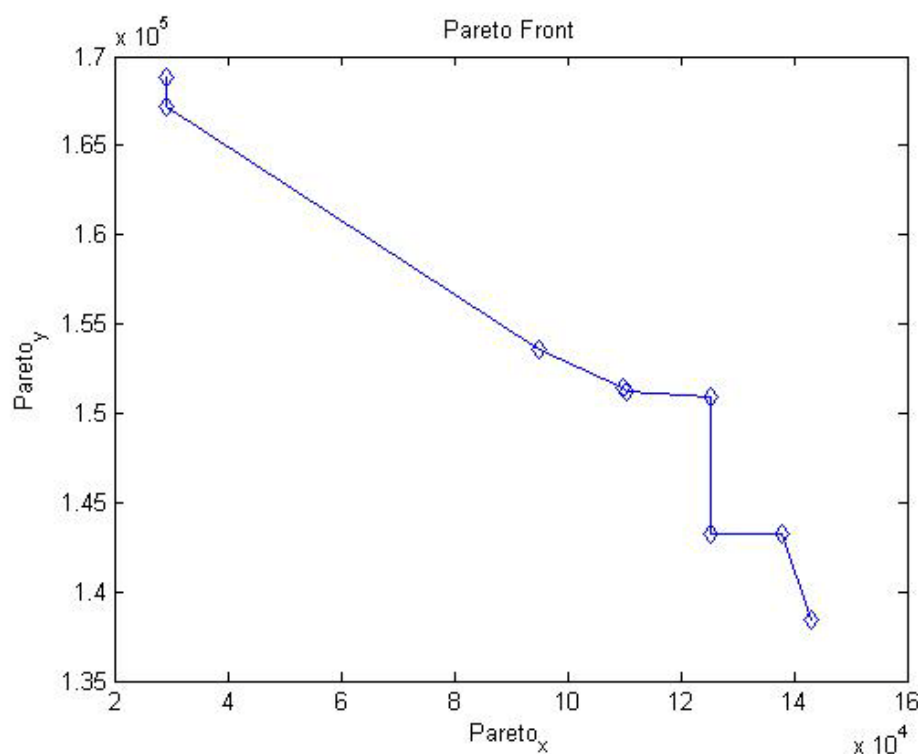
Διάγραμμα 42. Συνδυασμός kroA-kroC του αλγορίθμου NSGA-II

Όπως μπορεί κανείς να παρατηρήσει από τα παραπάνω διαγράμματα του συνδυασμού kroA-kroC ο αλγόριθμος της Εξέλιξης του Ιού της Γρίπης έχει εξάγει ένα πολύ καλό διάγραμμα σε σχέση με αυτά που έχουν εξάγει οι άλλοι αλγόριθμοι. Έχει τον μεγαλύτερο αριθμό λύσεων και αρκετά καλή κυρτότητα σε σχέση με τα άλλα διαγράμματα. Επίσης μαζί με τη μέθοδο 1 του αλγορίθμου DE έχουν την καλύτερη διασπορά σημείων.

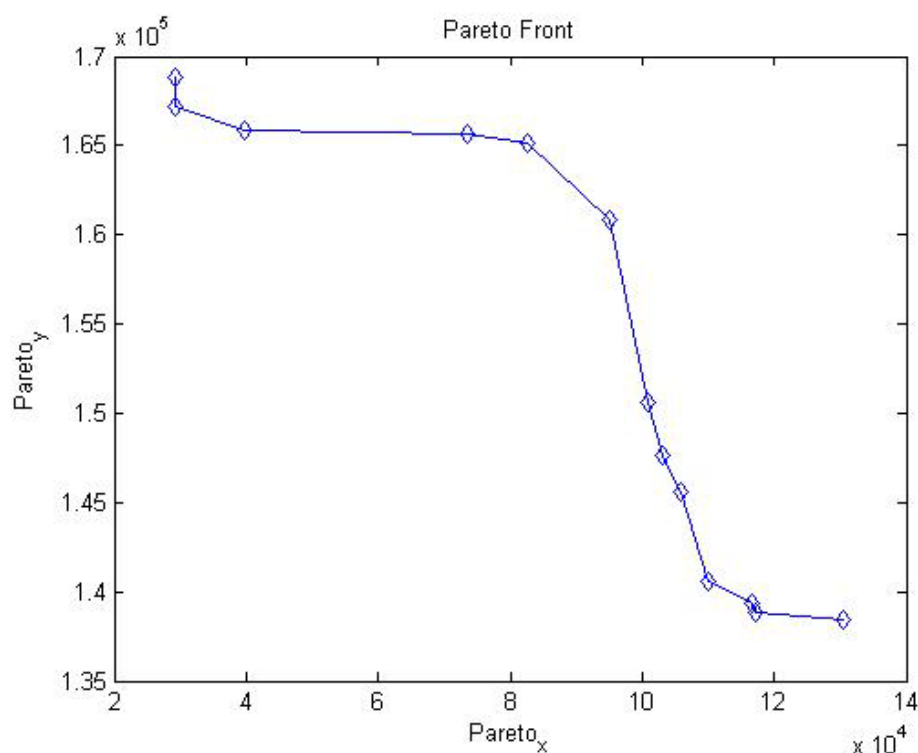
Διαγράμματα συνδυασμού kroB-kroD



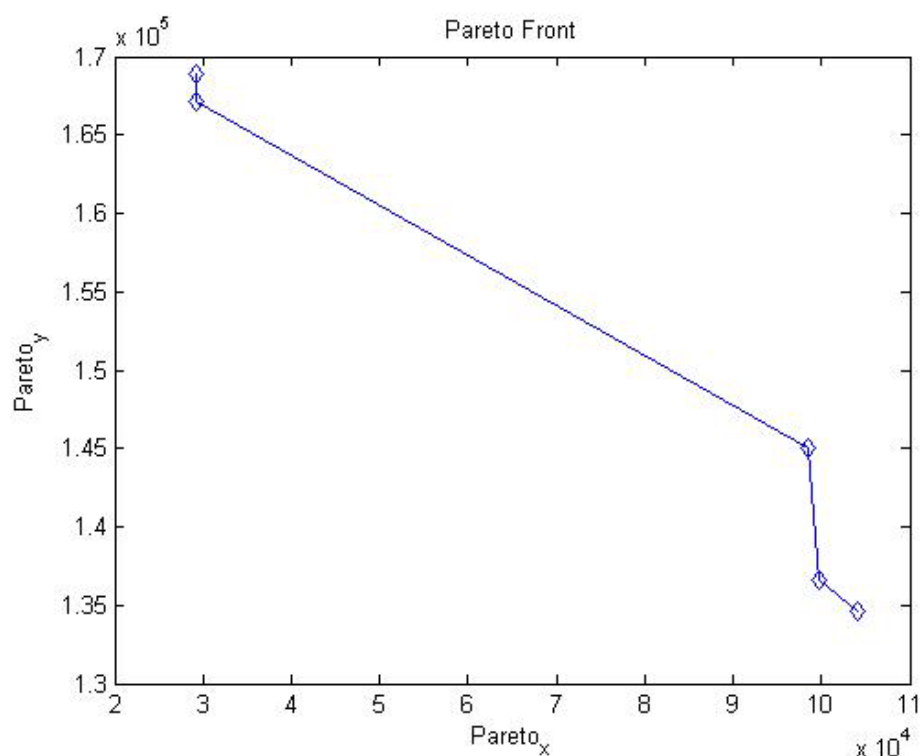
Διάγραμμα 43. Συνδυασμός kroB-kroD του αλγορίθμου Εξέλιξης του Ιού της Γρίπης



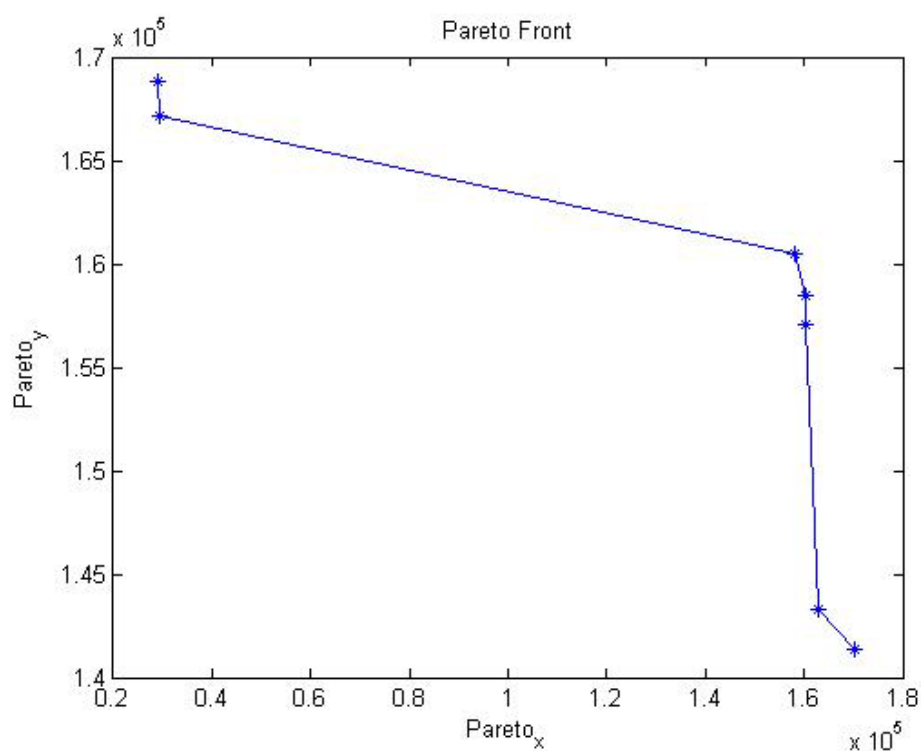
Διάγραμμα 44. Συνδυασμός kroB-kroD της μεθόδου 1 του αλγορίθμου DE



Διάγραμμα 45. Συνδυασμός kroB-kroD της μεθόδου 2 του αλγορίθμου DE



Διάγραμμα 46. Συνδυασμός kroB-kroD της μεθόδου 3 του αλγορίθμου DE



Διάγραμμα 47. Συνδυασμός kroB-kroD του αλγορίθμου NSGA-II

Λαμβάνοντας υπόψη μας τα προηγούμενα διαγράμματα γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι η μέθοδος 2 του αλγορίθμου DE έχει μεγαλύτερο αριθμό σημείων στο διάγραμμα σε σχέση με του αλγορίθμου Εξέλιξης του Ιού της Γρίπης και πολύ καλύτερη διασπορά σημείων. Παρόλα αυτά ο αλγόριθμος Εξέλιξης του Ιού της Γρίπης έχει εξάγει ένα πολύ πιο ομαλό ως προς την κυρτότητα διάγραμμα σε σχέση με όλα τα υπόλοιπα διαγράμματα του συνδυασμού kroB-kroD.

Συμπερασματικά μπορούμε να πούμε ότι ο αλγόριθμος Εξέλιξης του Ιού της Γρίπης κατάφερε να δώσει αρκετά συγκρίσιμα και ανταγωνιστικά αποτελέσματα όσων αφορά τον αριθμό Pareto λύσεων (w) σε σχέση με τους υπόλοιπους αλγορίθμους. Παρόλο που η έκταση των λύσεών του ως προς τους άξονες των διαστάσεων (μέτρο απόδοσης κόστους M_k) δεν είναι ικανοποιητική κατάφερε να εξάγει πολύ ομαλά ως προς την κυρτότητα διαγράμματα σε σύγκριση με τους άλλους δύο αλγορίθμους.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο Συμπεράσματα

Σε αυτή την διατριβή επιλύσαμε το πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή (Traveling Salesman Problem(TSP)) με πολλαπλές αντικειμενικές συναρτήσεις με την χρήση του αλγορίθμου Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μελισσών (Honey Bees Mating Optimization (HBMO)). Τα δεδομένα μας αποτελούνταν από πέντε πίνακες που περιέχουν συντεταγμένες «πόλεων» σημείων. Τα αποτελέσματα που εξήγαγε η εκτέλεση του αλγορίθμου προήλθαν από τον συνδυασμό δύο έως πέντε αντικειμενικών συναρτήσεων. Στη συνέχεια συγκρίθηκαν με τα αντίστοιχα αποτελέσματα που προήλθαν από την εκτέλεση των αλγορίθμων NSGA-II και DE για την επίλυση του ίδιου προβλήματος. Τέλος παρουσιάστηκε ο νέος αλγόριθμος Εξέλιξης του Ιού της Γρίπης ο οποίος και δοκιμάστηκε στην επίλυση του απλού προβλήματος του Πλανόδιου Πωλητή αλλά και του πολυαντικειμενικού προβλήματος του Πλανόδιου Πωλητή.

Τα συμπεράσματα μας ήταν τα εξής:

- I. Ο αλγόριθμος HBMO κατάφερε να δώσει αρκετά συγκρίσιμα και ανταγωνιστικά αποτελέσματα όσον αφορά τον αριθμό Pareto λύσεων (w) σε σχέση με τους υπόλοιπους αλγορίθμους.
- II. Παρόλο που η έκταση των λύσεων ως προς τους άξονες των διαστάσεων (μέτρο απόδοσης κόστους M_k) δεν είναι αρκετά ικανοποιητική, ο αλγόριθμος HBMO κατάφερε να εξάγει πολύ ομαλά (ως προς την κυρτότητα) διαγράμματα σε σύγκριση με τους άλλους δύο αλγορίθμους.
- III. Ο νέος αλγόριθμος Εξέλιξη του Ιού της Γρίπης έδωσε αρκετά ικανοποιητικά αποτελέσματα όσον αφορά την επίλυση του απλού προβλήματος TSP πλησιάζοντας με μικρή απόκλιση (έως και 2%) τα βέλτιστα κόστη των παραδειγμάτων. Όσον αφορά την επίλυση του πολυαντικειμενικού προβλήματος TSP τα αποτελέσματα τόσο τα αριθμητικά όσο και τα διαγραμματικά καθιστούν τον αλγόριθμο αρκετά ανταγωνιστικό. Παρόλα αυτά ο αλγόριθμος θα μπορούσε να αποτελέσει αντικείμενο μελλοντικών ερευνών έτσι ώστε να καταφέρει να αποδώσει αποτελέσματα ακόμα πιο κοντά στο βέλτιστο.

Βιβλιογραφία

1. Andrez Jaskiewicz, Piotr Zielniewicz « Pareto memetic algorithm with path relinking for bi-objective traveling salesperson problem», European Journal Of Operational Research, 15 Οκτωβρίου 2007
2. Eckart Zitzler, Kalyanmoy Deb, Lothar Thiele «Comparison of Multiobjective Evolutionary Algorithms: Empirical Results», Journal Evolutionary Computation, Ιούνιο 2000
3. Kalyanmoy Deb, Amrit Pratap, Sameer Agarwal, και T. Meyarivan « A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II», IEEE TRANSACTIONS ON EVOLUTIONARY COMPUTATION, VOL. 6, NO. 2, APRIL 2002
4. Βιβλίο Ιωάννη Μαρινάκη / Αθανάσιος Μυγδαλάς «ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΕΦΟΔΙΑΣΤΙΚΗΣ ΑΛΥΣΙΔΑΣ», Εκδόσεις σοφία, Θεσσαλονίκη 2008
5. Βιβλίο Βιολογίας Θετικής Κατεύθυνσης Γ Τάξης Ενιαίου Λυκείου
6. Σημειώσεις Αθανάσιος Μυγδαλάς «Θεωρία Παιγνίων και Προγραμματισμός Ισορροπίας»
7. Διπλωματική Εργασία Παναγιώτης Ανδρεάδης «Βελτιστοποίηση παραμέτρων έγχυσης σε δίχρονους ναυτικούς κινητήρες Diesel» 2008
8. Διπλωματική Εργασία Ψύχα Ηρακλή-Δημήτρη «Επίλυση του προβλήματος πλανόδιου πωλητή με πολλαπλές αντικειμενικές συναρτήσεις με χρήση του Αλγορίθμου Διαφορικής Εξέλιξης» 2010
9. Πτυχιακή Εργασία Αστέριου Κακλαμάνου «Δημιουργία Επενδυτικού Μοντέλου με χρήση Εξελικτικών Αλγορίθμων» 2002
10. <http://www.paidiatros.gr/index.php?cid=1&id=319&st=2>
11. <http://en.wikipedia.org/wiki/Influenza>
12. <http://kkeram1441.wordpress.com/2009/07/21/%CE%B9%CE%BF%CE%B9-%CF%84%CE%B7%CF%83-%CE%B3%CF%81%CE%B9%CF%80%CE%B7%CF%83/>
13. <http://www.virology.ws/2009/05/08/influenza-viral-rna-synthesis/>
14. <http://users.sch.gr/iouflemo/virus.htm>
15. <http://www.easypedia.gr/el/articles/%CE%B9/%CF%8C/%CF%82/%CE%99%CF%8C%CF%82.html>
16. <http://www.news-medical.net/health/Virus-Microbiology-%28Greek%29.aspx>
17. http://farmakotrimmata.blogspot.com/2009_01_01_archive.html
18. <http://www.mondial-assistance.gr/gr/individuals/avianflu.htm>
19. <http://www.gr.european-lung-foundation.org/8363--.htm>
20. http://www.nsph.gr/files/Filemanager/gripi_files/Vatopoulos.pdf